RESOLUÇÃO ITA 2024/2025

FÍSICA

2ª FASE

07 de novembro de 2024

Quando necessário, use os seguintes valores para as constantes:
Aceleração local da gravidade $g = 10$ m/s^2.
Velocidade da luz no vácuo $c = 3{,}0 \times 10^8$ m/s.
Constante de gravitação universal $G = 6{,}7 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2.
Massa da Terra $M_{Terra} = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg.
Raio da Terra $R_{Terra} = 6{,}4 \times 10^6$ m.
Permissividade elétrica no vácuo $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2·N^{-1}·m^{-2}.
Energia de ionização do átomo de hidrogênio $I_H = 13{,}6$ eV.
Massa do próton $m_p = 1{,}6 \times 10^{-27}$ kg $= 938$ MeV/c^2.
Carga elementar $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

1ª QUESTÃO

O *quantum* de fluxo magnético Φ_0 pode ser definido como metade do fluxo magnético obtido a partir da combinação da constante de Planck *h*, da velocidade da luz *c* e da carga fundamental *e*. Considere um elétron se movendo em uma órbita circular de raio *R*, sob a ação de um campo magnético de modo que o fluxo magnético dentro de sua órbita é igual a Φ_0.

Faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Obtenha a expressão para Φ_0.

b) Sabendo que a velocidade do elétron é dada por $\beta c(\beta \ll 1)$, calcule o raio *R*, em termos de *h*, c, β e m_e, a massa do elétron.

RESOLUÇÃO 1ª QUESTÃO:

a) Visto a Lei de Faraday, para a qual $\varepsilon_{\text{ind}} = -\Delta\Phi / \Delta t$, dimensionalmente temos:

$$\left[\Phi_0\right] = (\text{Energia/carga})\cdot\text{tempo}$$

Ora, sabendo que [e] = carga e [h] = Energia·tempo, obtemos:

$$\Phi_0 = \tfrac{1}{2}\cdot h/e$$

b) Pela definição de fluxo e pela dinâmica do movimento, temos as expressões:

$$\pi R^2 B = \tfrac{1}{2}\cdot h/e \qquad \text{e} \qquad R = m\left(\beta c\right)/eB$$

Substituindo a segunda na primeira, para B, temos:

$$R = \left(h / 2\pi\right) / \left(m\cdot\beta c\right)$$

2ª QUESTÃO

Considere uma barra homogênea de comprimento L e massa M, suspensa horizontalmente por uma corda vertical que tem um nó fixo no teto e outro numa das extremidades da barra $(x=0)$. Uma massa m está pendurada na outra extremidade $(x=L)$, e uma distribuição de forças é aplicada ao longo da barra, de forma que o sistema se encontra em equilíbrio estático.

Essa distribuição pode ser descrita por N forças, que obedecem à relação de recorrência $\vec{F}_n = \frac{\vec{F}_{n-1}}{2} (n = 0, 1, \dots, N-1)$, aplicadas nos pontos $x_n = 2^{-n}L$.

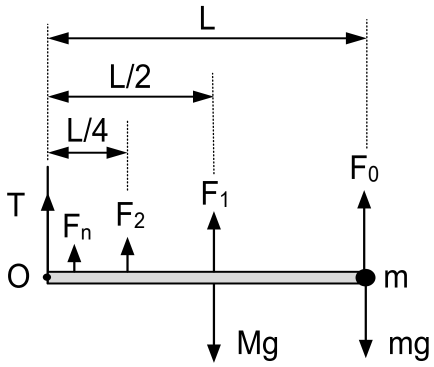
Calcule, em termos de M, m, g, L e N,

a) a força F_0;

b) a força de tração da corda.

RESOLUÇÃO 2ª QUESTÃO:

A figura abaixo ilustra a situação descrita no enunciado



Do enunciado:

$$F_n = \frac{F_{n-1}}{2} \text{ e } x_n = \frac{L}{2^n}.$$

Observe que:

$$F_1 = \frac{F_0}{2},\ F_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{F_0}{2^2},\ F_3 = \frac{F_2}{2} = \frac{F_0}{2^3},\ \dots,\ F_n = \frac{F_0}{2^n},\dots,\ F_{N-1} = \frac{F_0}{2^{N-1}} \text{ (último termo)}$$

Impondo o equilíbrio rotacional da barra em torno do ponto O, obtemos:

$$M_{horário} = M_{anti-horário}$$

$$\therefore Mg\frac{L}{2} + mgL = F_0x_0 + F_1x_1 + F_2x_2 + \dots + F_nx_n$$

$$\therefore \left(\frac{M}{2} + m\right)gL = F_0L + \frac{F_0}{2}\frac{L}{2} + \frac{F_0}{2^2}\frac{L}{2^2} + \dots + \frac{F_0}{2^{N-1}}\frac{L}{2^{N-1}}$$

$$\therefore \left(\frac{M}{2} + m\right)g\cancel{L} = F_0\cancel{L}\left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2(N-1)}}\right)$$

$$\therefore \left(\frac{M}{2} + m\right)g = F_0\left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2(N-1)}}\right)$$

Observe que, entre parênteses, temos uma somatória de uma progressão geométrica com primeiro termo a = 1 e razão $r = 1/4$. O valor dessa somatória com N termos é:

$$\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^4}+\ldots+\frac{1}{2^{2(N-1)}}\right)=\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^N}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}\left(\frac{2^{2N}-1}{2^{2N}}\right)$$

Ao substituir o resultado da soma acima na expressão anterior, obtemos:

$$\left(\frac{M}{2}+m\right)g=F_0\frac{4}{3}\left(\frac{2^{2N}-1}{2^{2N}}\right)\quad F_0=3\left(\frac{2^{2N-3}}{2^{2N}-1}\right)(M+2m)g$$

$$F_0=(3/4)\left[(m+M/2)/\left(1-4^{-N}\right)\right]g$$

b)

Para calcular o módulo da tensão T, podemos impor o equilíbrio de translação na direção vertical. Dessa forma:

$$T+F_0+F_1+\ldots+F_n=Mg+mg$$

$$\therefore T+F_0+\frac{F_0}{2}+\frac{F_0}{2^2}+\ldots+\frac{F_0}{2^{N-1}}=(M+m)g$$

$$\therefore T+F_0\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{N-1}}\right)=(M+m)g$$

Agora temos uma progressão geométrica finita de N termos, com primeiro termo igual a 1 e razão 1/2. Dessa forma,

$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{N-1}}\right)=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^N}{1-\frac{1}{2}}=2\left(\frac{2^N-1}{2^N}\right)$$

Ao substituir o resultado da soma acima na expressão anterior, obtemos:

$$T+F_0\left(\frac{2^N-1}{2^{N-1}}\right)=(M+m)g$$

Substituindo o valor de F_0 que obtivemos anteriormente, obtemos:

$$T+3\left(\frac{2^{2N}-3}{2^{2N}-1}\right)(M+2m)g\left(\frac{2^N-1}{2^N-1}\right)=(M+m)g$$

$$T=(m+M)g-3(2m+M)g\left(\frac{2^{N-2}}{2^N+1}\right)$$

$$T=g\left[(m+M)-(3/2)(m+M/2)/\left(1+2^{-N}\right)\ \right]$$

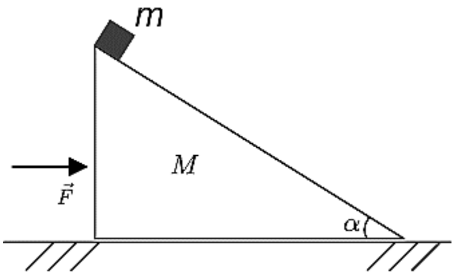
Observação: Percebe-se que, considerando as condições de torque resultante e força resultante nulos, há uma relação a ser satisfeita entre as massas. Pois, do contrário, o fio afrouxaria.

Tal ponto reflete a existência do sinal "-" na expressão da tração, que deve satisfazer à condição T > 0. Consideremos, a título de exemplo, o caso em que N tende a infinito, então:

$$(m+M)>(3/2)(m+M/2)\text{ e }M>2m.$$

3ª QUESTÃO

Considere um objeto de massa m que se movimenta sobre uma cunha de massa M, inclinação e coeficiente de atrito μ. A cunha se move horizontalmente para a direita, sob a ação de uma força F em uma superfície lisa. Considere que, inicialmente, o sistema se encontra em repouso, com esse objeto no topo da cunha. Sabe-se que o intervalo de tempo que ele leva para chegar ao solo com a cunha em movimento é o triplo do que levaria se a cunha estivesse fixa. Com base nessas informações, calcule, em função de m, M, α, μ, e g, a magnitude



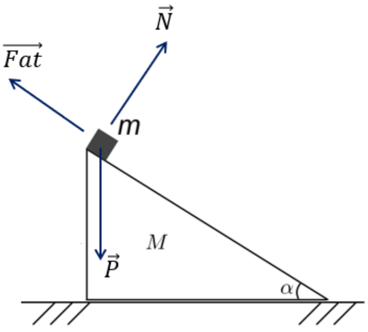
a) da aceleração da cunha;

b) da força normal que o plano inclinado faz no objeto;

c) da força $\vec{F}$.

RESOLUÇÃO 3ª QUESTÃO:

Quando a cunha está fixa, temos o seguinte diagrama de corpo livre:



Na direção normal à superfície:

$$N = P\cos\alpha = mg\cos\alpha$$

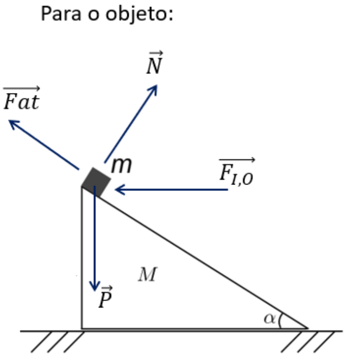
Ao longo da superfície:

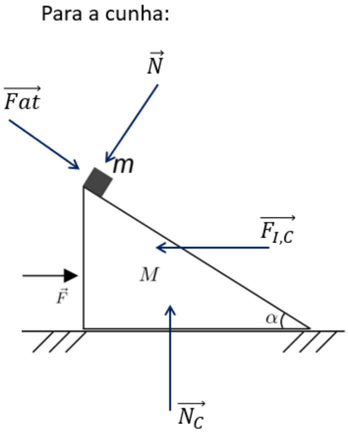
$$F_{res} = ma_1 = P\operatorname{sen}\alpha - Fat = mg\operatorname{sen}\alpha - \mu N \Rightarrow a_1 = g(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Sendo L o tamanho ao longo plano inclinado, o tempo será dado por:

$$L = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{g(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t_1^2}{2} (*)$$

Quando a cunha se move, temos o seguinte diagrama de corpo livre, considerando o referencial da cunha:





Sendo a_c a aceleração da cunha (horizontal para a direita), temos:

Para o objeto, na direção normal à superfície:

$$F_{I,O}sen\alpha + Pcos\alpha = N \Rightarrow N = m\left(a_c sen\alpha + gcos\alpha\right)$$

Ao longo do plano, vamos supor que o objeto desce com uma aceleração relativa a_2:

$$F_{res} = ma_2 = Psen\alpha - Fat - F_{I,O}cos\alpha = mgsen\alpha - \mu m\left(a_c sen\alpha + gcos\alpha\right) - ma_c cos\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2 = g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) - a_c\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)$$

No referencial da cunha, o objeto também percorrerá L. Assim, o tempo será dado por:

$$L = \frac{a_2 t_2^2}{2} = \frac{\left[g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) - a_c\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)\right]t_2^2}{2} \left(**\right)$$

Sabendo que $t_2 = 3t_1$ e dividindo $\left(**\right)/\left(*\right)$, temos:

$$\frac{\left[g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) - a_c\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)\right]t_2^2}{g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right)t_1^2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9\left[g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) - a_c\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)\right] = g\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_c = \frac{8g}{9}\frac{\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right)}{\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)}$$

Para força normal, temos:

$$N = m\left(a_c sen\alpha + gcos\alpha\right) = m\left[\frac{8g}{9}\frac{\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right)}{\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)}sen\alpha + gcos\alpha\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg\left(8 + cos^2\alpha + \mu sen\alpha cos\alpha\right)}{9\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)}$$

Para a cunha em seu referencial, na direção horizontal, temos uma situação de equilíbrio:

$$F_{at}cos\alpha + F = Nsen\alpha + F_{I,C} \Rightarrow \mu Ncos\alpha + F = Nsen\alpha + Ma_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = N\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) + Ma_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg\left(8 + cos^2\alpha + \mu sen\alpha cos\alpha\right)}{9\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)}\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right) + M\frac{8g}{9}\frac{\left(sen\alpha - \mu cos\alpha\right)}{\left(\mu sen\alpha + cos\alpha\right)}.$$

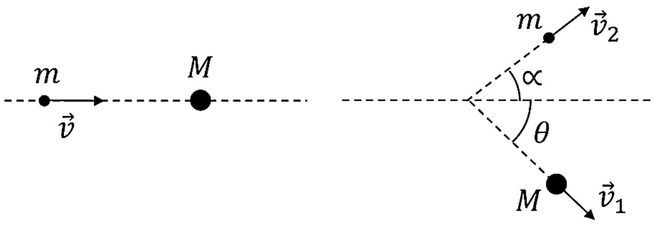
4ª QUESTÃO

Um objeto de massa m se movimenta em direção a outro objeto de massa M inicialmente em repouso. Após a colisão, a velocidade dos objetos forma, respectivamente, ângulos α e θ com a horizontal. Faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Determine as expressões para os módulos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ em função de α, θ e v.

b) Denotando a variação relativa entra a energia cinética final e inicial do sistema por δ, determine a razão m/M em função de θ e δ, para $\alpha = 90°$.

c) Calcule o valor numérico da razão M/m, para $\theta = 30$, $\alpha = 90$ e perda relativa de 60% de energia cinética depois da colisão.



RESOLUÇÃO 4ª QUESTÃO:

a)

A partir da conservação do momento linear do sistema, considerado em componentes ao longo da direção original do movimento e perpendicular à correspondente direção, respectivamente temos:

$$\text{(i)} \quad mv_2\cos\alpha + Mv_1\cos\theta = mv$$

$$\text{(ii)} \quad mv_2\text{sen}\alpha - Mv_1\text{sen}\theta = 0$$

Tomando $(i) + (ii) \cdot \cos\theta / \text{sen}\theta$, temos:

$$mv_2\cos\alpha + mv_2\text{sen}\alpha \cdot \cos\theta / \text{sen}\theta = mv \,.$$

Logo,

$$v_2 = v \cdot \text{sen}\theta / \text{sen}(\alpha + \theta)$$

Tomando $(i) - (ii) \cdot \cos\alpha / \text{sen}\alpha$, temos:

$$Mv_1\cos\theta + Mv_1\text{sen}\theta \cdot \cos\alpha / \text{sen}\alpha = mv \,.$$

Logo,

$$v_1 = (m / M) v \cdot \text{sen}\alpha / \text{sen}(\alpha + \theta)$$

b) Com $\alpha = 90°$, obtemos:

$$v_1 = (m / M) v / \cos\theta \qquad \text{e} \qquad v_2 = v \cdot \text{sen}\theta / \cos\theta$$

Por definição:

$$\delta = \left[\left(Mv_1^2 / 2 + mv_2^2 / 2\right) - mv^2 / 2\right] / \left(mv^2 / 2\right) \ldots \delta = \left[v_1^2 / v^2 + (m / M) v_2^2 / v^2 - m / M\right] / (m / M)$$

Substituindo v_1 e v_2 na expressão acima, conduz a:

$$(m / M) \cdot \delta = \left[(m / M) / \cos\theta\right]^2 + (m / M) \cdot \text{sen}^2\theta / \cos^2\theta - (m / M)$$

$$\delta\cdot\cos^2\theta = m/M + \mathrm{sen}^2\theta - \cos^2\theta \;\ldots\; m/M = \cos(2\theta) + \delta\cdot\cos^2\theta$$

c) Com $\alpha = 90°$ e $\theta = 30°$, obtemos:

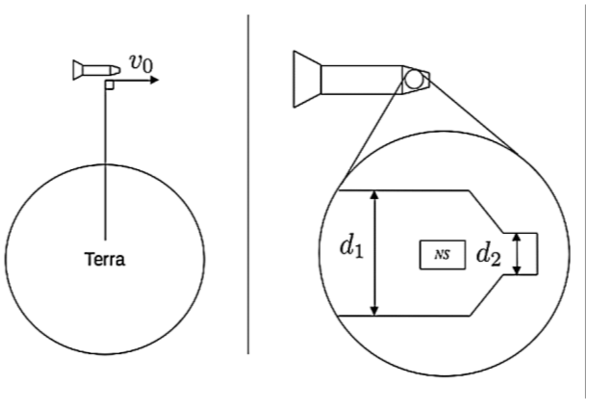
$$m/M = \cos(60°) + \delta\cdot\cos^2 30° = 1/2 + (-0{,}6)\cdot(3/4) \;\ldots\; m/M = 1/20,\ \text{logo } M/m = 20.$$

5ª QUESTÃO

Considere um veículo lançador de nanossatélites (VLNS) de massa M_v a uma altitude h e com velocidade v_0, perpendicular ao raio da Terra em relação a um referencial inercial centrado na Terra. Um nanossatélite (NS) de massa m encontra-se imerso em um fluido incompressível armazenado em um tubo localizado na extremidade do VLNS, conforme a figura. O tubo possui dois diâmetros distintos: um de valor d_1 e outro de valor $d_2 < d_1$. Durante a ejeção, o NS acompanha a velocidade do fluido, que vale v_1 em d_1, em relação ao VLNS. Considere a massa e o raio da Terra como sendo, respectivamente, M_T e R_T, a constante da gravitação universal como G e a massa do fluido como desprezível. Determine

a) a velocidade de ejeção do NS, com relação ao VLNS, em termos de v_0, v_1, d_1 e d_2;

b) qual diâmetro d_2 permite que o NS entre em órbita circular.



RESOLUÇÃO 5ª QUESTÃO:

a) Aplicando a equação da continuidade em relação ao referencial do veículo, temos:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow \frac{\pi d_1^{\,2}}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^{\,2}}{4} v_2 \rightarrow v_2 = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

A ejeção do líquido é um evento interno ao sistema, logo, há conservação da quantidade de movimento do sistema (isolado):

$$Q_{osis} = Q_{fsis} \rightarrow M_V v_0 = (M_V - m)v_V + m v_{NS}$$

A velocidade de ejeção do líquido em relação ao veículo é dada por:

$$v_2 = v_{NS} - v_V \rightarrow v_{NS} = v_2 + v_V$$

Logo,

$$M_v v_0 = M_V v_V - m v_V + m v_2 + m v_V \rightarrow M_V v_0 = M_V v_V + m v_2 \rightarrow$$

$$v_V = v_0 - \frac{m}{M_V} v_2 \rightarrow v_{NS} = v_2 + v_V = v_2 + v_0 - \frac{m}{M_V} v_2 = v_0 + \frac{(M_V - m)}{M_V} v_2$$

$$v_{NS} = v_0 + \frac{(M_V - m)}{M_V}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1$$

Desse modo, a velocidade do nano satélite nos referenciais do veículo e da Terra, são:

$$v_2 = v_1\left(d_1/d_2\right)^2;\ v_{NS} = v_0 + \left(M_V - m\right)/M_V\left(d_1/d_2\right)^2 v_1$$

b) A velocidade do nano satélite em relação à terra precisa ser igual à velocidade de órbita circular:

$$F_G = F_{cpt} \rightarrow \frac{GM_T m}{\left(R_T + h\right)^2} = \frac{m{v_{NS}}^2}{\left(R_T + h\right)} \rightarrow v_{NS} = \sqrt{\frac{GM_T}{\left(R_T + h\right)}}$$

Logo,

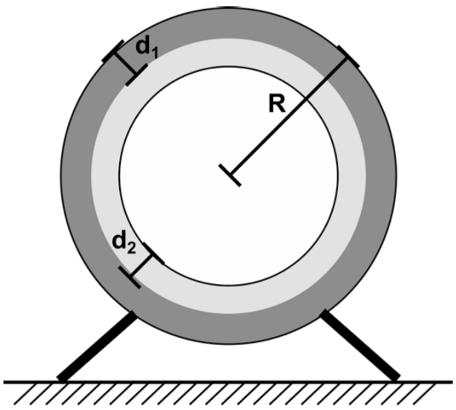
$$d_2 = d_1\sqrt{\frac{\left(1 - m/M_V\right)V_1}{\sqrt{\frac{G\cdot M_T}{R_T + h}} - v_0}}.$$

Alternadamente, se considerassemos a massa total do sistema como $m + M_V$:

$$d_2 = d_1\sqrt{\frac{V_1/\left(1 + m/M_V\right)}{\sqrt{\frac{G\cdot M_T}{R_T + h}} - v_0}}.$$

6ª QUESTÃO

Uma sonda tripulada foi projetada para resistir ao calor da atmosfera de mercúrio, que pode atingir uma temperatura $T_0 = 430\,°C$. A sonda tem uma estrutura semelhante à de uma casca esférica composta por duas camadas, como mostra a figura. A camada externa, de espessura d_1, é composta por um material rígido de condutividade térmica K_1. A camada interna, de espessura d_2, é composta por um material termorresistente e isolante térmico de condutividade térmica K_2. O raio externo da estrutura é igual a R.



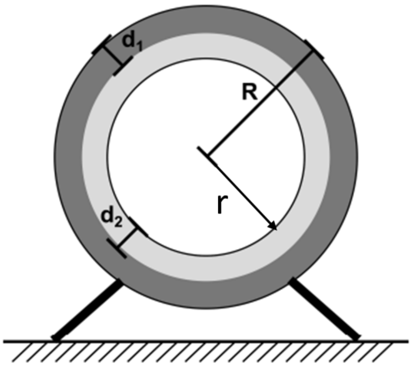
Considerando a situação descrita acima, faça o que se pede nos itens a seguir.

a) Expresse a condutividade térmica efetiva da sonda em função de R, K_1, K_2 e d, em que $d = d_1 = d_2$ e $R \gg d$.

b) Estime a potência, em kW, que um refrigerador deve ter para manter a temperatura interna da sonda em $T_i = 23\ °C$, assumindo que $R = 20\ m$, $d_1 = d_2 = 30\ cm$, $K_1 = 50\ W/(m\,°C)$, $K_2 = 0{,}020\ W/(m\ °C)$ e que a máquina refrigeradora tem um coeficiente de performance ideal.

RESOLUÇÃO 6ª QUESTÃO:

a)



O fluxo em sistemas esféricos é dado por:

$$\phi = \frac{4\pi k\left(T_1 - T_2\right)}{\left(\frac{1}{r_{int}} - \frac{1}{r_{ext}}\right)} = \frac{\left(T_1 - T_2\right)}{R_t}$$

Assim, a partir do sistema apresentado, podemos escrever que:

$$R_t = R_1 + R_2$$

Onde:

$$R_2 = \frac{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+d_2}\right)}{4\pi k_2}$$

$$R_1 = \frac{\left(\frac{1}{r+d_2} - \frac{1}{R}\right)}{4\pi k_1}$$

Como $d_2 = d_1 = d$:

$$R_t = \frac{d_2}{r\left(r+d_2\right)4\pi k_2} + \frac{d_1}{R\left(r+d_2\right)4\pi k_1} = \frac{d}{r\left(r+d\right)4\pi k_2} + \frac{d}{R\left(r+d\right)4\pi k_1}$$

Assim, igualando à resistência térmica equivalente:

$$R_{eq} = \frac{d}{r\left(r+d\right)4\pi k_2} + \frac{d}{R\left(r+d\right)4\pi k_1} = \frac{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)}{4\pi k_{eq}}$$

$$\frac{dRk_1 + drk_2}{Rr\left(r+d\right)4\pi k_1 k_2} = \frac{R-r}{Rr4\pi k_{eq}} \rightarrow k_{eq} = \frac{\left(R-r\right)\left(r+d\right)k_1 k_2}{dRk_1 + drk_2}$$

Mas, $r = R - 2d$:

$$k_{eq} = \frac{2d\left(R-d\right)k_1 k_2}{dRk_1 + d\left(R-2d\right)k_2} \therefore k_{eq} = \frac{2\left(R-d\right)k_1 k_2}{Rk_1 + \left(R-2d\right)k_2}$$

Fazendo $R \gg d$:

$$k_{eq} \approx \frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$$

b)

Substituindo os valores, temos que:

$$k_{eq} \approx \frac{2k_1k_2}{k_1+k_2} = \frac{2\cdot 50\cdot 0,02}{50+0,02} = 0,04 W/m^oC$$

$$\phi = \frac{4\pi k\left(T_1-T_2\right)}{\left(\frac{1}{r_{int}}-\frac{1}{r_{ext}}\right)} = \frac{4\cdot\pi\cdot 0,04\left(430-23\right)}{\frac{1}{\left(20-0,6\right)}-\frac{1}{20}}$$

$$\phi = \frac{4\cdot\pi\cdot 407\cdot 0,8\cdot\left(20-0,6\right)}{0,6} W$$

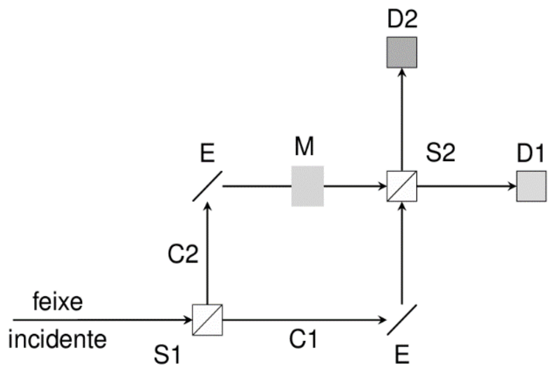
Como esse é o fluxo referente ao "calor frio", e a eficiência do refrigerador é máxima, a potência de funcionamento é:

$$e = \frac{\phi}{P_w} = \frac{T_2}{\left(T_1-T_2\right)} \to P_w = \frac{\phi\left(T_1-T_2\right)}{T_2}$$

$$P_w = \frac{4\cdot\pi\cdot 407\cdot 0,8\cdot\left(20-0,6\right)}{0,6}\frac{407}{296} \therefore P_w = 182\,kW .$$

7ª QUESTÃO

O interferômetro de Mach-Zehnder é um dispositivo óptico que, através do uso de espelhos semirrefletores, divide um feixe de luz em duas partes, uma refletida e uma transmitida, de igual intensidade. Essas duas partes percorrem dois caminhos distintos, C1 e C2, e depois são recombinadas, permitindo observar padrões de interferência.
O interferômetro possui como componentes dois detectores, D1 e D2, dois espelhos semirrefletores, S1 e S2, e dois espelhos de reflexão total E, conforme ilustra a figura. A cada reflexão, ocorre um avanço de 1/4 de comprimento de onda, $\lambda/4$. Por outro lado, a onda transmitida não sofre defasagem. Sabendo que o feixe incidente é uma onda senoidal de intensidade I_0, faça o que se pede nos itens a seguir.



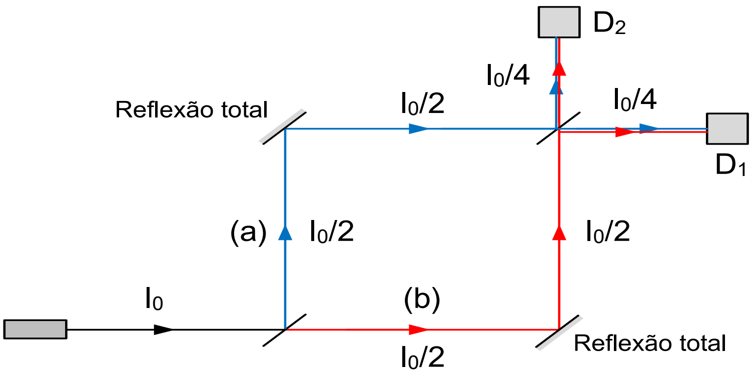
a) Determine a intensidade medida por cada um dos detectores. Justifique.

b) Considere agora que um material *M*, que causa um deslocamento de fase de ϕ na onda transmitida, seja inserido no caminho entre E e S2. Esboce os gráficos de intensidade versus deslocamento de fase ϕ, correspondentes à detecção de fótons em D1 e D2, para $\phi = \left[0, 2\pi\right]$.

c) Se o feixe incidente fosse composto por apenas um fóton, discuta se ele iria percorrer um caminho específico até um dos detectores.

RESOLUÇÃO 7ª QUESTÃO:

A figura abaixo ilustra a situação descrita no enunciado



a)

Analisando a interferência no detector D₂:

O feixe que percorre o caminho (a) sofrerá três reflexões (avanço de $3\lambda/4$) até chegar ao detector D_2, enquanto o feixe que segue pelo caminho (b) sofrerá apenas uma reflexão (avanço de $\lambda/4$).

Assim, os feixes chegam com uma diferença de $3\lambda/4-\lambda/4=\lambda/2$ no detector D_2, o que resulta em uma interferência destrutiva. Portanto, a intensidade resultante que será detectada em D_2 será:

$$I_2=\left(\sqrt{I_a}-\sqrt{I_b}\right)^2$$

Como

$$I_a=I_b=\frac{I_0}{4},$$

temos:

$$\boxed{I_2=0}$$

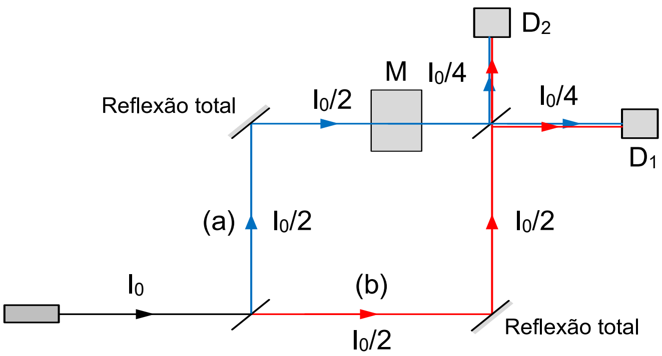
Analisando a interferência no detector D_1:

O feixe que percorre o caminho (a) sofrerá duas reflexões (avanço de $\lambda/2$) até atingir o detector D_1, enquanto o feixe que segue pelo caminho (b) também sofrerá duas reflexões (avanço de $\lambda/2$).

Assim, os feixes chegam em fase no detector D_1. Portanto, a intensidade resultante detectada em D_1 será:

$$I_1=\left(\sqrt{I_a}+\sqrt{I_b}\right)^2=\left(2\sqrt{\frac{I_0}{4}}\right)^2 \Rightarrow \boxed{I_1=I_0}$$

b)



Analisando a interferência no detector D_2:

O feixe que percorre o caminho (a) sofrerá três reflexões (avanço de $3\lambda/4$), além da defasagem φ devido a presença do material M, até chegar ao detector D_2, enquanto o feixe que segue pelo caminho (b) sofrerá apenas uma reflexão (avanço de $\lambda/4$).

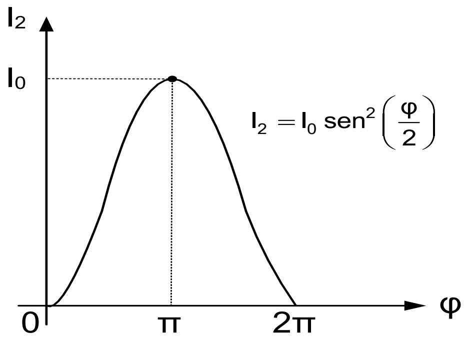
Assim, a diferença de fase entre os feixes até a chegada no detector D_2 é atribuída à defasagem $\varphi + \pi$. Portanto, a intensidade resultante detectada em D_2 será:

$$I_2 = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b}\cos\Delta\Phi$$
$$\therefore I_2 = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b}\cos(\varphi + \pi)$$
$$\therefore I_2 = I_a + I_b - 2\sqrt{I_a I_b}\cos\varphi$$

No entanto, temos novamente que: $I_a = I_b = \dfrac{I_0}{4}$.

Assim,

$$I_2 = \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} - 2\sqrt{\left(\frac{I_0}{4}\right)^2}\cos\varphi$$
$$\therefore I_2 = \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{2}\cos\varphi = \frac{I_0}{2}(1 - \cos\varphi)$$
$$\therefore I_2 = \frac{I_0}{2}\cdot 2\,sen^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$
$$\therefore \boxed{I_2 = I_0\,sen^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$



Analisando a interferência no detector D_1:

O feixe que percorre o caminho (a) sofrerá duas reflexões, além de uma defasagem de φ, até chegar ao detector D_1, enquanto o feixe que segue pelo caminho (b) sofrerá também duas reflexões.

Assim, a diferença de fase entre os feixes até a chegada no detector D_1 é atribuída unicamente à defasagem φ. Portanto, a intensidade resultante detectada em D_1 será:

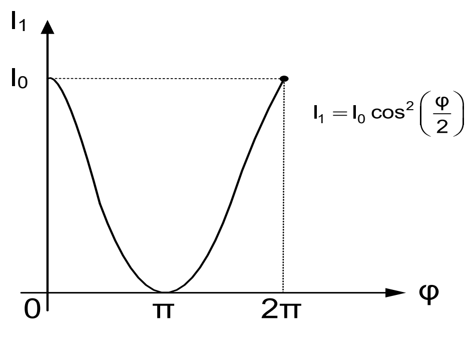
$$I_1 = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b}\cos\Delta\Phi$$
$$\therefore I_1 = I_a + I_b + 2\sqrt{I_a I_b}\cos\varphi$$

No entanto, temos novamente, que:

$$I_a = I_b = \frac{I_0}{4}.$$

Assim,

$$I_1 = \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} + 2\sqrt{\left(\frac{I_0}{4}\right)^2}\cos\varphi$$
$$\therefore I_1 = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2}\cos\varphi = \frac{I_0}{2}(1 + \cos\varphi)$$
$$\therefore I_1 = \frac{I_0}{2}\cdot 2\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$
$$\therefore \boxed{I_1 = I_0\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$



c) Com apenas um fóton, ele **não seguiria um caminho específico** até o detector. O comportamento final do fóton, ou seja, em qual detector ele será registrado, depende das condições de interferência (por exemplo, defasagens e o alinhamento dos detectores). A probabilidade de detecção em cada detector é governada pela intensidade do padrão de interferência resultante.

Portanto, com um único fóton, ele pode ser detectado em qualquer um dos detectores, dependendo da interferência dos caminhos, mas **não percorreria um caminho único ou específico** até que sua posição fosse medida.

8ª QUESTÃO

N partículas $(N > 2)$ de massa m e carga de módulo q descrevem movimentos circulares uniformes de raio R com a mesma velocidade angular. As partículas interagem gravitacional e eletricamente. Sabendo que todas as partículas descrevem a mesma trajetória e que apenas duas delas possuem cargas positivas, faça o que se pede nos itens a seguir.

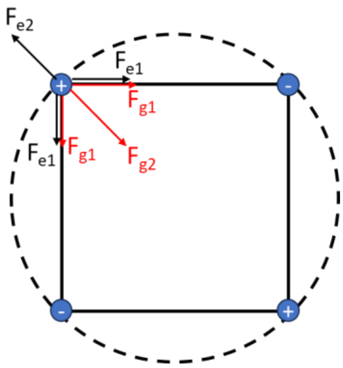
a) Determine uma configuração para a qual a situação descrita seja fisicamente possível.

b) Calcule o módulo da força resultante em cada partícula na configuração determinada.

c) Calcule a velocidade angular de cada partícula na configuração determinada.

RESOLUÇÃO 8ª QUESTÃO:

a) A força resultante em cada partícula deve ser direcionada para o centro do círculo. Além disso, todas as partículas precisam ter a mesma magnitude de força resultante. Como existem duas cargas positivas e as demais são negativas, a única configuração possível ocorre quando N = 4. Qualquer outro polígono resultaria em uma força resultante que não estaria alinhada com o centro, pois a quantidade desigual de cargas positivas e negativas impediria que a força resultante fosse igual para todas elas e apontando para o centro. Portanto, a única disposição viável é quando N = 4, conforme mostrado na figura abaixo.



Note que as quatro cargas estarão submetidas as mesmas forças mostradas na figura, onde:

$$|F_{g1}| = \frac{Gm^2}{2R^2} \qquad |F_{g2}| = \frac{Gm^2}{4R^2} \qquad |F_{e1}| = \frac{Kq^2}{2R^2} \qquad |F_{e2}| = \frac{Kq^2}{4R^2}$$

b) A força resultante é dada por:

$$F_{res} = F_{g2} - F_{e2} + \sqrt{2}F_{g1} + \sqrt{2}F_{e1}$$

$$F_{res} = \frac{Gm^2}{4R^2} - \frac{Kq^2}{4R^2} + \sqrt{2}\frac{Gm^2}{2R^2} + \sqrt{2}\frac{Kq^2}{2R^2} \therefore F_{res} = \frac{\left(Gm^2 - Kq^2\right) + 2\sqrt{2}\left(Gm^2 + Kq^2\right)}{4R^2}$$

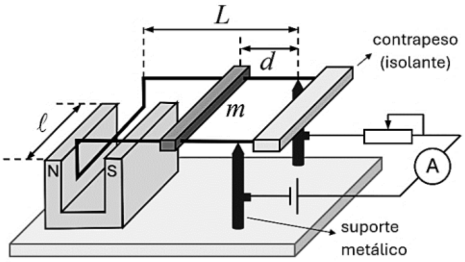
$$F_{res} = \frac{\left(1+2\sqrt{2}\right)Gm^2 + \left(2\sqrt{2}-1\right)Kq^2}{4R^2}$$

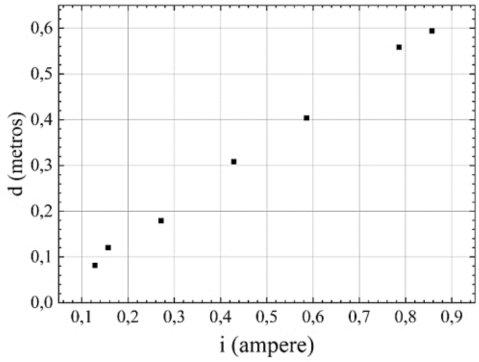
c) $F_{res} = F_{cp}$

$$\frac{\left(1+2\sqrt{2}\right)Gm^2+\left(2\sqrt{2}-1\right)Kq^2}{4R^2} = m\omega^2 R \therefore \omega = \sqrt{\frac{\left(1+2\sqrt{2}\right)Gm^2+\left(2\sqrt{2}-1\right)Kq^2}{4mR^3}}$$

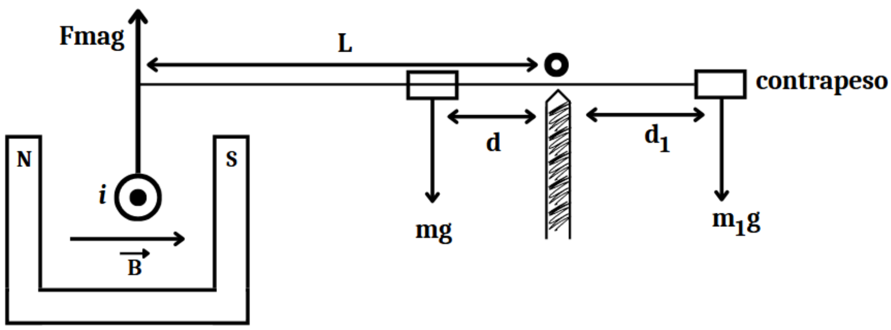
9ª QUESTÃO

Uma balança de corrente montada sobre uma base isolante horizontal é com posta por um ímã, um circuito elétrico, uma massa móvel m e um contrapeso, ambos isolantes. O circuito é constituído de um arranjo metálico móvel, apoiado sobre suportes metálicos, ligados a uma diferença de potencial (d.d.p.), um amperímetro e um potenciômetro. Uma extremidade do arranjo, com comprimento $\ell = 10\ cm$ e situada a uma distância $L = 1{,}0\ m$ dos pontos de apoio, localiza-se entre os polos do ímã, sob a influência de seu campo magnético. Considere que o campo magnético, no interior do ímã, é uniforme, está na direção horizontal e é desprezível fora do ímã. A outra extremidade possui um contrapeso que equilibra o arranjo metálico. Uma massa móvel m, isolante, está posicionada a uma distância d dos pontos de apoio no arranjo metálico, conforme ilustrado na figura. Durante o experimento, a distância d do objeto é variada, então mede-se a corrente i necessária para equilibrar a balança quando $m = 10\ mg$. Os resultados das medições são apresentados em um gráfico. A partir desses dados, estime o valor do campo magnético do ímã.





RESOLUÇÃO 9ª QUESTÃO:



Analisando a figura, podemos saber o sentido da corrente, o sentido do campo magnético e com isso, deduzir que a força magnética será vertical para cima.

O equilíbrio da peça será obtido pela neutralização mútua dos torques gerados pela força magnética, pelo peso de m e pelo torque do contrapeso:

$$\sum \vec{M} = 0$$

$$F \cdot L + C = mg \cdot d$$

$$Bi\ell L + m_1 g d_1 = mgd$$

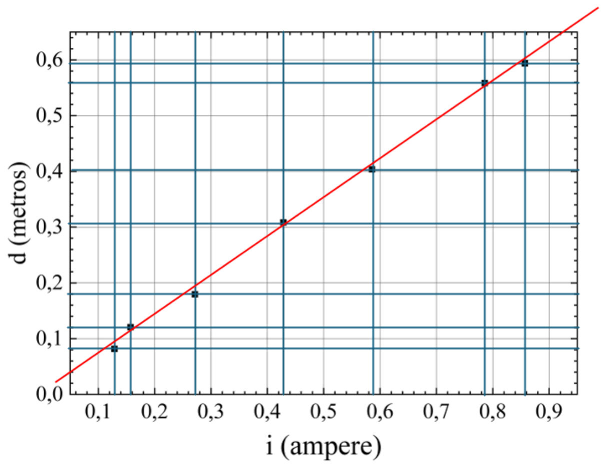
Isolando d:

$$d = \underbrace{\frac{B\ell L}{mg}}_{a} i + \underbrace{\frac{m_1 g d_1}{mg}}_{b}$$

Na expressão acima fica claro que d obedece a uma função do 1º grau de *i* e o valor do campo magnético pode ser obtido a partir do coeficiente angular a da função:

$$a = \frac{B\ell L}{mg} \Rightarrow B = \frac{amg}{\ell L}$$

Analisando o gráfico:



Os dados ajustam-se aproximadamente sobre a reta mostrada, cujo coeficiente angular pode ser estimado usando dois dos pontos abaixo da reta ou dois dos pontos acima dela, obtendo-se valores próximos a 0,69. Substituindo os dados na expressão encontrada para B:

$$B = \frac{0,69 \cdot 10^{-5} \cdot 10}{0,1 \cdot 1} = 6,9x10^{-4} T$$

Observação:

A aplicação de uma regressão linear seria o método mais preciso de ajuste dos dados, entretanto acreditamos que seria muito cansativo e demorado para o aluno fazer à mão considerando o tempo de prova.

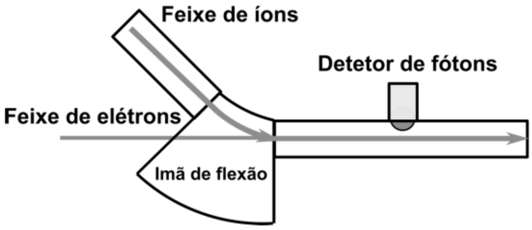
10ª QUESTÃO

Em uma câmara de alto vácuo, um feixe monoenergético de elétrons é misturado a um feixe colimado e monoenergético de íons totalmente ionizados, conforme mostra a figura. As velocidades dos elétrons e dos íons são iguais. A abertura de um detector de fótons é apontada perpendicularmente à direção dos feixes misturados. Foram feitos três experimentos a baixas energias: o primeiro com um feixe de prótons, o segundo com um feixe de hélio totalmente ionizado e o terceiro com um feixe de oxigênio totalmente ionizado. Em um quarto experimento, usando um feixe de prótons relativísticos, o detector de fótons é apontado paralelamente à direção dos feixes misturados.

Considerando essa situação experimental, determine

a) as energias máximas dos fótons em eV detectadas no primeiro, segundo e terceiro experimentos;

b) um valor aproximado para o desvio percentual da máxima energia do fóton no quarto experimento com relação à máxima energia do fóton do primeiro experimento, considerando que a energia cinética dos íons, no referencial do laboratório, era de $234,5\ MeV$ no quarto experimento.



RESOLUÇÃO 10ª QUESTÃO:

a) As energias máximas dos fótons detectados correspondem aos valores de energia para fótons emitidos, quando os elétrons livres são capturados pelos núcleos em o nível menos energético. Considerado o regime de baixas energias, o referencial da interação está praticamente em repouso.

Assim, por conservação da energia, para átomos hidrogenóides, temos:

$$E_{fóton} + \left(-Z^2 I_H\right) = 0 \ \ldots \ E_{fóton} = Z^2 \cdot 13,6\ eV$$

Para um feixe de prótons,

$$Z = 1 : E_{fóton} = 13,6\ eV.$$

Para um feixe de He^{+2},

$$Z = 2 : E_{fóton} = 54,4\ eV.$$

Para um feixe de O^{+8},

$$Z = 8 : E_{fóton} = 870\ eV.$$

b) Uma vez que a energia cinética dos prótons é comparável a energia de repouso dos mesmos (sendo na proporção de 25%), obtemos a relação:

$$E = E_0 + E_{cin} \ \ldots \ m_0 c^2 / \left(1 - v^2 / c^2\right)^{½} = m_0 c^2 \left(1 + 1/4\right) \ \ldots \ \left|v / c\right| = 0,6$$

Nesta situação, o detetor registra fótons emitidos de um referencial em movimento relativístico. Como os fotons (como ondas) propagam-se até o detetor ao longo da direção de movimento do referencial da interação, haverá efeito doppler longitudinal para a luz, de modo que:

$$f_{det} / f_0 = \left[\left(1 + v / c\right) / \left(1 - v / c\right)\right]^{½}$$

Não obstante a relação diretamente proporcional entre energia e frequência para os fótons, frente à qual, $\Delta E / E_0 = f_{det} / f_0 - 1$, há aqui duas possibilidades a se considerar:

i) o detetor de fótons está orientado para a esquerda – neste caso, o detetor recebe fótons com mais energia do que registraria em um referencial com os interagentes em repouso.

$$f_{det} / f_0 = \left[\left(1+0,6\right)/\left(1-0,6\right)\right]^{1/2} = 2 \ \ldots \ \Delta E / E_0 = 100\%$$

ii) o detetor de fótons está orientado para a direita – neste caso, o detetor recebe fótons com menos energia do que registraria em um referencial com os interagentes em repouso.

$$f_{det} / f_0 = \left[\left(1-0,6\right)/\left(1+0,6\right)\right]^{1/2} = 1/2 \ \ldots \ \Delta E / E_0 = -50\% \ .$$

Professores:

Alexandre Folz | Antonio José | Antônio Bonfadini | Bruno Pompeo

Lucas Scheffer | Mário Sérgio Sato | Matheus Pinheiro | Ramaton Ramos | Ulisses Castro