

RESOLUÇÃO ITA 2024/2025

MATEMÁTICA

1ª FASE

13 de outubro de 2024



Convenções	: Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária. Os eixos horizontal e vertical são indicados respectivamente por O_x e O_y , e o centro do sistema, por O .
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	: denota o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$	: denota o conjunto dos números reais.
i	: denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.
$\overline{AB}$	: denota o segmento de reta de extremidades nos pontos A e B .
AB	: denota a reta que passa pelos pontos A e B .

1ª QUESTÃO

Seja $z = a + 2i$ um número complexo, em que $a \in \mathbb{R}$ é positivo. O valor de a para que as representações de $1, z$ e z^2 no plano de Argand-Gauss formem um triângulo de área 200 é

A () 14

B () 15

C () 16

D () 17

E () 18

RESOLUÇÃO 1ª QUESTÃO:

Seja o número complexo $z = a + 2i$, de forma que $a \in \mathbb{R}_+$.

Calculando o número z^2 temos:

$$z^2 = (a + 2i)^2 = a^2 + 4ai - 4 = (a^2 - 4) + i(4a)$$

Vamos considerar os pontos A, B e C os afixos dos números $1, z$ e z^2 , respectivamente. Assim, podemos expressar os pontos em função de suas coordenadas, da forma $A(1,0), B(a,2)$ e $C(a^2 - 4, 4a)$.

Substituindo as coordenadas no determinante que dá a área do triângulo formado pelos pontos A, B e C e fazendo com que esta área seja igual a 200 temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} &= 200 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & 2 & 1 \\ a^2 - 4 & 4a & 1 \end{vmatrix} = 400 \Rightarrow \\ \Rightarrow |2 + 4a^2 - 2(a^2 - 4) - 4a| &= 400 \Rightarrow |2a^2 - 4a + 10| = 400 \Rightarrow \\ \Rightarrow |a^2 - 2a + 5| &= 200 \end{aligned}$$

A expressão dentro do módulo tem valor sempre positivo, uma vez que $\Delta = -16 < 0$ e o coeficiente de a^2 é positivo. Assim é possível escrever:

$$a^2 - 2a + 5 = 200 \Rightarrow a^2 - 2a - 195 = 0 \Rightarrow a = -13 \text{ ou } a = 15$$

Como $a \in \mathbb{R}_+$, conclui-se que $a = 15$ é a resposta.

ALTERNATIVA CORRETA: B

2ª QUESTÃO

Considere as afirmações:

I. Existe um poliedro formado por 3 faces triangulares e as demais faces quadrangulares.

II. Existe um poliedro não convexo com 5 vértices, 9 arestas e 6 faces.

III. Existe um poliedro convexo com 7 vértices, 16 arestas e 11 faces.

Está(ão) correta(s):

A () I e II

B () I e III

C () II e III

D () apenas III

E () apenas II

RESOLUÇÃO 2ª QUESTÃO:

I. Falsa

Para todo poliedro vale a relação $3f_3 + 4f_4 + 5f_5 + \dots = 2A$, onde f_k é a quantidade de faces de gênero k e A é a quantidade de arestas do poliedro.

No caso em análise, temos $f_3 = 3$ e $f_k = 0$, se $k \geq 5$. Substituindo esses valores na relação acima, vem:

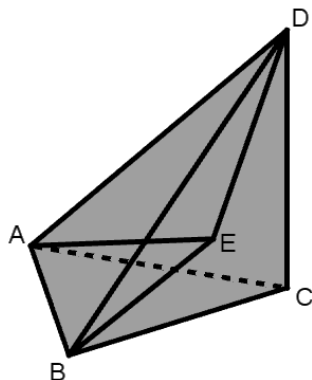
$$2A = 3 \cdot 3 + 4 \cdot f_4 \Leftrightarrow 2A = 9 + 4f_4$$

Observe que o lado esquerdo da expressão é um número par e o lado direito um número ímpar, o que é um absurdo.

Portanto, não existe poliedro que satisfaça as condições da afirmação.

II. Verdadeira

O poliedro não convexo a seguir é um exemplo de um poliedro não convexo com 5 vértices, 9 arestas e 6 faces.



Note que ele foi construído a partir de um tetraedro, retirando-se a face ABD e incluindo-se as faces ABE, BDE e DAE, onde E é um ponto interior ao tetraedro inicial.

III. Falsa

Retomando a relação utilizada na afirmativa I, temos:

$$2A = 3f_3 + 4f_4 + 5f_5 + \dots \geq 3f_3 + 3f_4 + 3f_5 + \dots = 3 \cdot (f_3 + f_4 + f_5 + \dots) = 3F \Rightarrow 2A \geq 3F$$

No caso em análise, temos $A = 16$ e $F = 11$, o que implica $2A = 2 \cdot 16 < 3 \cdot 11 = 3F$, o que contradiz a desigualdade anterior.

Portanto, não existe poliedro convexo que satisfaça às condições da afirmação.

ALTERNATIVA CORRETA: E

3ª QUESTÃO

O termo independente da expansão de $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \left(x - \frac{2}{x}\right)^5$ é

A () -18

B () -12

C () 0

D () 12

E () 18

RESOLUÇÃO 3ª QUESTÃO:

Fazendo a expansão em Binômio de Newton de ambos os fatores, temos:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \left(x - \frac{2}{x}\right)^5 &= \left(\sum_{n=0}^6 \binom{6}{n} x^n \left(\frac{1}{x}\right)^{6-n}\right) \left(\sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} x^k \left(\frac{-2}{x}\right)^{5-k}\right) = \\ &= \left(\sum_{n=0}^6 \binom{6}{n} x^{2n-6}\right) \left(\sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} (-2)^{5-k} x^{2k-5}\right) \end{aligned}$$

O termo independente é dado pelo coeficiente de x^0 . Assim, é necessário determinar para quais valores de n e k o expoente de x é nulo.

Multiplicando os fatores, temos que o expoente genérico de x vale:

$$x^{2n-6} x^{2k-5} = x^{2n+2k-11}$$

Par que o expoente seja nulo devemos ter que

$$2n + 2k - 11 = 0 \Rightarrow 2n + 2k = 11$$

Como $n, k \in \mathbb{Z}_+$, a equação acima diz que a soma de dois números pares é igual a um número ímpar, o que é impossível. Desta forma, não existe termo independente na expansão. Portanto, o coeficiente de x^0 é igual a 0.

ALTERNATIVA CORRETA: C

4ª QUESTÃO

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções reais definidas para todo $x \in \mathbb{R}$. Se para todo $x > 0$ vale a igualdade $g(x^2) = f(2x^2 - x + 1)$, podemos afirmar que

A () f não é sobrejetora.

B () f não é injetora.

C () g não é sobrejetora.

D () g não é injetora.

E () $f(a) \neq g(a)$ para todo $a > 0$.

RESOLUÇÃO 4ª QUESTÃO:

O trinômio do 2º grau $h(x) = 2x^2 - x + 1$ tem vértice em $x_V = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$, então podemos afirmar que

$$h\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) = h\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) \Leftrightarrow h\left(\frac{1}{8}\right) = h\left(\frac{3}{8}\right).$$

Considerando a expressão $g(x^2) = f(2x^2 - x + 1)$ do enunciado, vem:

$$g\left(\left(\frac{1}{8}\right)^2\right) = f\left(2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} + 1\right) \Leftrightarrow g\left(\frac{1}{64}\right) = f\left(\frac{58}{64}\right)$$

$$g\left(\left(\frac{3}{8}\right)^2\right) = f\left(2 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 - \frac{3}{8} + 1\right) \Leftrightarrow g\left(\frac{9}{64}\right) = f\left(\frac{58}{64}\right)$$

Daí, conclui-se que $g\left(\frac{1}{64}\right) = g\left(\frac{9}{64}\right)$, o que implica que a função g não é injetora.

ALTERNATIVA CORRETA: D

5ª QUESTÃO

Sejam $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ duas sequências numéricas tais que

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k = b_{n+1} - b_1 \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Considere as afirmações abaixo:

I. Se $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PG, então $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PG.

II. Se $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PG, então $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PG.

III. Se $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PA, então $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PA.

Está(ão) correta(s):

A () I e II

B () II e III

C () I e III

D () apenas I

E () nenhuma

RESOLUÇÃO 5ª QUESTÃO:

(I) Verdadeira

Para $n \geq 1$, temos que:

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k = [b_{n+2} - b_1] - [b_{n+1} - b_1]$$

Se $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma progressão geométrica, podemos afirmar que:

$$a_{n+1} = b_1 \cdot \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} - b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = b_1 \cdot \frac{1}{q - 1} \cdot (q \cdot q^n - 1 - q^n + 1) = b_1 \cdot \frac{1}{q - 1} \cdot q^n \cdot (q - 1) = b_1 \cdot q^n$$

Note que: $a_1 = b_2 - b_1 = b_1(q - 1)$

Portanto, $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma progressão geométrica (P.G.).

(II) Falsa

Fixe $b_1 = 1$ e $q = 2$. Temos que:

$$b_2 = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$b_3 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$b_4 = \frac{b_4}{b_3} = \frac{7}{4}$$

Como

$$\frac{b_3}{b_2} \neq \frac{b_2}{b_1}$$

$(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ não é P.G.

(III) Falsa

Tome $a_n = n$. Temos:

$$S_1 = a_1 = 1$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 1 + 2 = 3$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

Como: $S_3 - S_2 \neq S_2 - S_1$

Logo, $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ não é uma progressão aritmética (P.A.).

Observem que, na verdade, S_n é uma PA de segunda ordem, o que, na essência, não é o mesmo que uma P.A., pois tal conceito se refere à definição clássica, que é a de que a diferença entre termos consecutivos é constante.

ALTERNATIVA CORRETA: D

6ª QUESTÃO

O conjunto de todos os valores $a \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $9^x - (3a+4)3^x + 2a^2 + 9a - 5 = 0$ tem duas soluções reais distintas é

A () $(6, \infty)$

B () $\left(\frac{1}{2}, \infty\right) \setminus \{6\}$

C () $\left(\frac{3}{2}, \infty\right) \setminus \{6\}$

D () $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

E () $\mathbb{R}$

RESOLUÇÃO 6ª QUESTÃO:

Inicialmente, observemos que $2a^2 + 9a - 5 = (2a-1)(a+5)$ e que $(2a-1) + (a+5) = 3a+4$. Assim, temos:

$$9^x - (3a+4)3^x + 2a^2 + 9a - 5 = 0 \Leftrightarrow 9^x - [(2a-1) + (a+5)]3^x + (2a-1)(a+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 2a-1 \vee 3^x = a+5$$

Para que a equação tenha duas soluções reais distintas é necessário que $2a-1 > 0 \Leftrightarrow a > \frac{1}{2}$, $a+5 > 0 \Leftrightarrow a > -5$ e $2a-1 \neq a+5 \Leftrightarrow a \neq 6$.

Portanto, o conjunto de todos os valores de a que satisfazem às condições do enunciado é $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \setminus \{6\}$.

ALTERNATIVA CORRETA: B

7ª QUESTÃO

Sejam m ; n e k números reais. Considere os sistemas abaixo:

$$\text{I: } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 4z = 1 \end{cases} \quad \text{II: } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + nz = 5 \\ kx + y - z = 3m + 2n \end{cases}$$

Sabendo-se que os dois sistemas são equivalentes (isto é, possuem o mesmo conjunto solução), o valor de k é

A () $\frac{1}{3}$ B () $\frac{1}{2}$ C () 1 D () 2 E () 3

RESOLUÇÃO 7ª QUESTÃO:

No sistema I:

Começamos utilizando a equação 2 e subtraindo da equação 1:

$$\begin{aligned} \text{Eq. 2} - \text{Eq. 1: } y - 2z &= 1 \\ \text{Eq. 3} - 2 \cdot \text{Eq. 1: } -y + 2z &= -1 \end{aligned}$$

Somando essas duas equações, temos:

$$y + (-y) + 2z + (-2z) = 1 + (-1) \Rightarrow 0 = 0$$

Isso indica que o sistema é S.P.I. (Sistema Possível e Indeterminado), com $y=2z+1$.

Substituímos essa expressão de y na equação 1:

$$x + 2(2z + 1) + z = 1 \Rightarrow x + 4z + 2 + z = 1 \Rightarrow x + 5z = -1 \Rightarrow x = -1 - 5z$$

Portanto, o conjunto solução do sistema I (e também do sistema II, pois é equivalente) é dado por:

$$\{(-3z, 2z + 1, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$$

Substituindo as expressões de x e y obtidas anteriormente na equação 3 do sistema II:

$$\begin{aligned} (-3z) + 2(2z + 1) - z &= 3m + 2n - 1 \\ -3z + 4z + 2 - z &= 3m + 2n - 1 \Rightarrow 0z + 2 = 3m + 2n - 1 \Rightarrow 3m + 2n - 1 = 2 \end{aligned}$$

Essa equação nos leva a:

$$3m + 2n = 3$$

Agora, substituímos em:

$$z(-3k + 1) = 3m + 2n - 1$$

- i) Se $3k = 1 \Rightarrow z = \frac{3m+2n-1}{-3k+1}$, e, daí, substituindo em (*), chegaríamos a S.P.D. para o sistema I, absurdo.
ii) $3k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$ é a solução.

OBS: Nesta parte, podemos também dizer que, se tanto “ $-3k+1$ ” quanto “ $3m + 2n - 1$ ” forem iguais a zero, teremos algo do tipo “ $0z = 0$ ” que, para ser satisfeita, faria com que z pudesse ser igual a qualquer valor, indicando a já requerida indeterminação. E, como queremos apenas k , basta igualar a primeira expressão a zero, obtendo, novamente, $k = 1/3$.

ALTERNATIVA CORRETA: A

8ª QUESTÃO

Considere a função

$$f(x) = \sqrt{\frac{2\sin(2x) + 2\sin(x) - 2\cos(x) - 1}{8(\cos(2x) + 1)}}$$

Seja $I = (a; b)$ o intervalo de maior comprimento contido em $[-\pi; 2\pi]$ tal que $f(x)$ está definida para todo $x \in I$. O valor de $a+b$ é

- A () 0 B () $\frac{\pi}{3}$ C () $\frac{2\pi}{3}$ D () $\frac{5\pi}{6}$ E () $\frac{13\pi}{6}$

RESOLUÇÃO 8ª QUESTÃO:

Dada a função $f(x) = \sqrt{\frac{2\sin(2x) + 2\sin(x) - 2\cos(x) - 1}{8(\cos(2x) + 1)}}$, vamos utilizar as seguintes identidades trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(2x) + 1 = 2\cos^2 x$$

Assim, a expressão de $f(x)$ fica:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{\frac{2\sin(2x) + 2\sin(x) - 2\cos(x) - 1}{8(\cos(2x) + 1)}} = \sqrt{\frac{4\sin(x)\cos(x) + 2\sin(x) - 2\cos(x) - 1}{16(\cos^2 x)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2\sin(x)(2\cos(x) + 1) - (2\cos(x) + 1)}{16(\cos^2 x)}} = \sqrt{\frac{(2\sin(x) - 1)(2\cos(x) + 1)}{16(\cos^2 x)}} \end{aligned}$$

Assim, para determinar para quais valores de x a função $f(x)$ está definida, é necessário analisar duas condições:

- i) $\frac{(2\sin(x)-1)(2\cos(x)+1)}{16(\cos^2 x)} \geq 0$
ii) $16(\cos^2 x) \neq 0$

Da condição (ii) temos que $\cos^2 x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Para $x \in [-\pi, 2\pi]$, temos então que $x \neq -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$.

Da condição (i) temos:

$$\frac{(2\sin(x) - 1)(2\cos(x) + 1)}{16(\cos^2 x)} \geq 0 \Rightarrow (2\sin(x) - 1)(2\cos(x) + 1) \geq 0$$

Resolvendo a inequação acima:

- Caso 1: $2\sin(x) - 1 \geq 0$ e $2\cos(x) + 1 \geq 0 \Rightarrow \sin(x) \geq \frac{1}{2}$ e $\cos(x) \geq -\frac{1}{2}$

Para que as condições do caso 1 sejam satisfeitas, considerando $x \in [-\pi, 2\pi]$, devemos ter que $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

Fazendo a interseção com a condição (ii) temos os dois intervalos como resposta $\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{2\pi}{3}$.

O intervalo $I_1 = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ tem comprimento $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

O intervalo $I_2 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$ tem comprimento $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$.

- Caso 2: $2\sin(x) - 1 \leq 0$ e $2\cos(x) + 1 \leq 0$

Para que as condições do caso 2 sejam satisfeitas, considerando $x \in [-\pi, 2\pi]$, devemos ter que $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$.

Fazendo a interseção com a condição (ii) temos a resposta $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$.

O intervalo deste caso, $I_3 = \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$ tem comprimento $\frac{4\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$.

Assim, o intervalo de maior comprimento é $I_3 = \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$. Então $I = \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right) = (a, b)$. A soma de suas extremidades vale $\frac{5\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} = \frac{13\pi}{6}$.

ALTERNATIVA CORRETA: E

9ª QUESTÃO

Duas circunferências C_1 e C_2 de centros O_1 e O_2 , respectivamente, têm raio igual a 5 cm e se interceptam nos pontos P e Q, determinando uma corda comum $\overline{PQ}$ de tamanho 6 cm. As interseções de cada circunferência com o segmento $\overline{O_1O_2}$ determinam os pontos R em C_1 e S em C_2 . O volume do sólido de revolução obtido pela rotação do triângulo PO_1R em torno da reta O_1O_2 é, em cm^3 , igual a

A () π

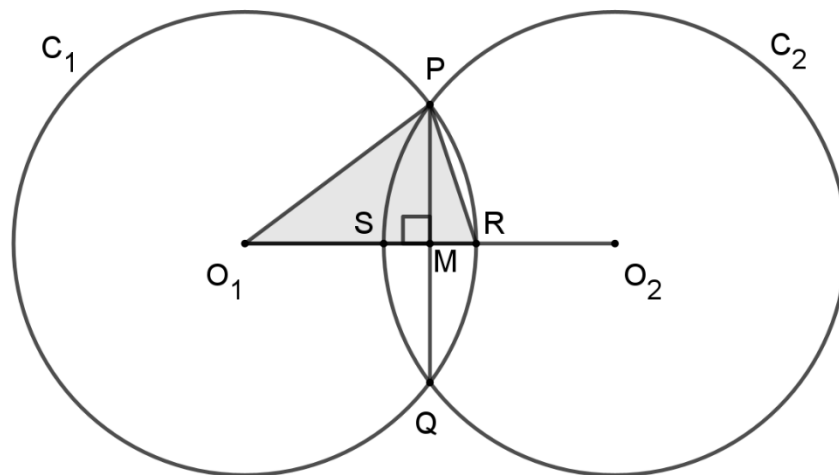
B () 3π

C () 4π

D () 6π

E () 9π

RESOLUÇÃO 9ª QUESTÃO:



Se $PQ = 6$, então $PM = MQ = 3$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo PMO_1 , temos:

$$O_1M^2 = PO_1^2 - PM^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Leftrightarrow O_1M = 4.$$

Como $O_1R = 5$, então $MR = 5 - 4 = 1$.

O volume do sólido de revolução obtido pela rotação do triângulo PO_1R em torno da reta O_1O_2 é a soma dos volumes de dois cones de raio da base $PM = 3$ e alturas $O_1M = 4$ e $MR = 1$, respectivamente. Assim, temos:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 1 = 15\pi \text{ cm}^3.$$

ALTERNATIVA CORRETA: NÃO HÁ ALTERNATIVA CORRETA.

10ª QUESTÃO

Uma raiz comum aos polinômios $p(x) = x^5 - x^3 + 12x - 18$ e $q(x) = x^4 - x^3 + 5x - 3$ é

A () $-1 + \sqrt{2}i$

B () $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

C () $\sqrt{2} + i$

D () $1 + \sqrt{2}i$

E () $-\sqrt{2} + i$

RESOLUÇÃO 10ª QUESTÃO:

Vamos calcular o MDC de $p(x) = x^5 - x^3 + 12x - 18$ e $q(x) = x^4 - x^3 + 5x - 3$ a fim de obter suas raízes comuns.

$$\begin{array}{r} x^5 + 0x^4 - x^3 + 0x^2 + 12x - 18 \quad | \quad x^4 - x^3 + 5x - 3 \\ -x^5 + x^4 \quad \quad -5x^2 + 3x \quad \quad x + 1 \\ \hline / \quad x^4 - x^3 - 5x^2 + 15x - 18 \\ -x^4 + x^3 \quad \quad -5x + 3 \\ \hline / \quad / \quad -5x^2 + 10x - 15 \end{array}$$

O primeiro resto foi $r(x) = -5x^2 + 10x - 15 = -5(x^2 - 2x + 3)$. Vamos agora dividir $q(x) = x^4 - x^3 + 5x - 3$ por $x^2 - 2x + 3$.

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 + 0x^2 + 5x - 3 \quad | \quad x^2 - 2x + 3 \\ -x^4 + 2x^3 - 3x^2 \quad \quad x^2 + x - 1 \\ \hline / \quad x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \\ -x^3 + 2x^2 - 3x \\ \hline / \quad -x^2 + 2x - 3 \\ \quad \quad x^2 - 2x + 3 \\ \quad \quad \hline \quad \quad / \quad / \quad 0 \end{array}$$

Logo, o MDC de $p(x) = x^5 - x^3 + 12x - 18$ e $q(x) = x^4 - x^3 + 5x - 3$ é $x^2 - 2x + 3$.

Portanto, as raízes comuns de p e q são as raízes de $x^2 - 2x + 3 = 0$, ou seja, $1 \pm \sqrt{2}i$.

ALTERNATIVA CORRETA: D

11ª QUESTÃO

Seja H uma hipérbole no plano cartesiano cujos focos são comuns aos focos da elipse $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Seja P um ponto de intersecção de E e H no primeiro quadrante e O a origem do sistema cartesiano. Sabendo que $\overline{OP}$ forma um ângulo θ com o eixo horizontal O_x , com $\tan(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{6}$, a excentricidade de H é

A () $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B () $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C () $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D () $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

E () $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

RESOLUÇÃO 11ª QUESTÃO:

Na elipse $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, temos $a_E^2 = 4$ e $b_E^2 = 1$, o que implica $c_E^2 = a_E^2 - b_E^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow c_E = \sqrt{3}$.

Como a elipse E tem centro na origem e eixo focal horizontal, então seus focos são $F' = (-\sqrt{3}, 0)$ e $F = (\sqrt{3}, 0)$.

Se $\overline{OP}$ forma um ângulo θ com o eixo horizontal O_x , com $\tan(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{6}$, então podemos representar o ponto P na forma $P = (6r, \sqrt{3}r)$, onde $r > 0$, pois P está no primeiro quadrante.

Como o ponto P pertence à elipse E, então

$$\frac{(6r)^2}{4} + (\sqrt{3}r)^2 = 1 \Leftrightarrow 9r^2 + 3r^2 = 1 \Leftrightarrow r^2 = \frac{1}{12} \Leftrightarrow r = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

Logo, o ponto P é dado por $P = \left(6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}, \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = \left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$.

É dado que a hipérbole H tem os mesmos focos da elipse E, então seus focos são $F' = (-\sqrt{3}, 0)$ e $F = (\sqrt{3}, 0)$, e o semieixo focal da hipérbole é $c_H = \sqrt{3}$.

O ponto P pertence à hipérbole H, então podemos afirmar que o eixo maior $2a_H$ da hipérbole é dado por $2a_H = |PF' - PF|$.

$$PF' = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{12 + \frac{1}{4}} = \frac{7}{2}$$

$$PF = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2} - 0\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Assim, temos: } 2a_H = \left| \frac{7}{2} - \frac{1}{2} \right| = 3 \Leftrightarrow a_H = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Portanto, a excentricidade da hipérbole H é } e = \frac{c_H}{a_H} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

ALTERNATIVA CORRETA: A

12ª QUESTÃO

Um número $m \in \mathbb{N}$, ao ser multiplicado por 16, resulta em um número com 231 divisores inteiros positivos. Considere as afirmações:

I. m é um número par.

II. m é um quadrado perfeito.

III. 16m tem 3 fatores primos distintos.

É(São) VERDADEIRA(S):

A () apenas I.

B () apenas II.

C () I e II.

D () I e III.

E () II e III.

RESOLUÇÃO 12ª QUESTÃO:

Inicialmente, observemos que se a fatoração canônica de um número n é $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$, então a quantidade de divisores inteiros positivos de n é $d(n) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_k + 1)$.

É dado que $d(16m) = 231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$.

Vamos analisar as afirmativas.

I. Verdadeira

Supondo que m seja ímpar, então o expoente de 2 na fatoração canônica de $16m$ é 4. Isso implica que $d(16m)$ é múltiplo de $4+1=5$, o que é falso. Logo, m deve ser par.

II. Verdadeira

Como $d(16m)$ é ímpar, então todos os expoentes na fatoração canônica de $16m$ são pares, então $16m$ é um quadrado perfeito. Como $16 = 2^4$ é quadrado perfeito, então m também é um quadrado perfeito.

III. Falsa

Observe o contraexemplo $m = 2^{226}$, que resulta $16m = 2^4 \cdot 2^{226} = 2^{230}$, que satisfaz $d(16m) = d(2^{230}) = 230 + 1 = 231$ e possui apenas 1 fator primo.

ALTERNATIVA CORRETA: C

Professores:

Alexandre de Azevedo Silva | Gustavo Adolfo Martins Jotta Soares | Marcelo Henrique Pillonetto

Marcelo Xavier | Mariana Guimarães | Max Paiva | Renato Madeira | Ricardo Secco | Sérgio João Buffon Jr.

RESOLUÇÃO ITA 2024/2025

FÍSICA

1ª FASE

13 de outubro de 2024



Quando necessário, use os seguintes valores para as constantes:

Aceleração local da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Constante de gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$.

Massa da Terra $M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$.

Constante de Planck vezes a velocidade da luz $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$.

Permissividade elétrica no vácuo $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$.

13ª QUESTÃO

Considere uma partícula cuja posição é dada pela função horária

$$x(t) = \sqrt{D^2 + (Vt - D)^2}$$

em que V e D são constantes positivas, com unidades adequadas. Seja $\bar{v}(t)$ a velocidade média do móvel entre o instante inicial $t_0 = 0 \text{ s}$ e um instante arbitrário t . Assinale a alternativa que contem a distância percorrida pela partícula desde o início do movimento até o instante no qual $\bar{v}(t) = 0 \text{ m/s}$.

A () $(\sqrt{2} - 1)D$

B () $2(\sqrt{2} - 1)D$

C () $\sqrt{2}D$

D () $2D$

E () $2\sqrt{2}D$

RESOLUÇÃO 13ª QUESTÃO:

Do enunciado, temos que: $x(t) = \sqrt{D^2 + (Vt - D)^2}$

Para $t = 0$, temos: $x(0) = \sqrt{D^2 + D^2} = D\sqrt{2}$.

Vamos analisar o comportamento da função $x^2(t)$:

$$\begin{aligned} x^2 &= D^2 + (Vt - D)^2 \\ \therefore x^2 &= 2D^2 + 2DVt + V^2t^2 \\ \therefore x^2 &= (V^2)t^2 + (2DV)t + 2D^2 \end{aligned}$$

O máximo valor de x^2 será o vértice da parábola acima:

$$x_{\text{máx}}^2 = x_{\text{vértice}}^2 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(2DV)^2 - 4V^2 \cdot 2D^2}{4 \cdot V^2} = D^2 \Rightarrow x_{\text{máx}} = D$$

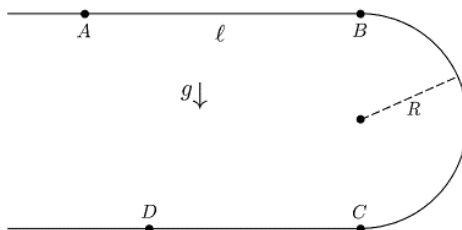
Logo, a distância percorrida d será:

$$d = 2(x_0 - x_{\text{máx}}) = 2(D\sqrt{2} - D) \Rightarrow \boxed{d = 2(\sqrt{2} - 1)D}$$

ALTERNATIVA CORRETA: B

14ª QUESTÃO

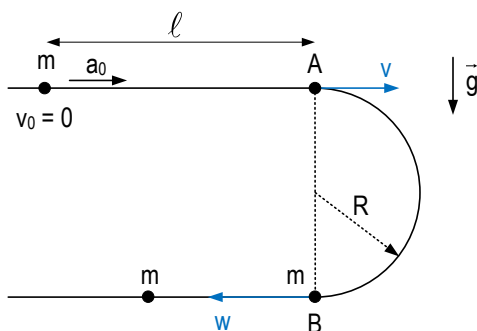
Um carrinho realiza um percurso sobre um trilho em um plano vertical, como mostra a figura abaixo. Partindo do repouso no ponto A, ele percorre uma distância ℓ até o ponto B com aceleração constante a_0 . Ao chegar ao ponto B, segue uma trajetória circular de raio R sob a ação da aceleração gravitacional até o ponto C. Então, passa a executar um movimento retilíneo uniforme. Ao chegar ao ponto D, realiza uma colisão perfeitamente inelástica com um outro carrinho de mesma massa.



Desconsiderando efeitos de forças de atrito, assinale a alternativa que corresponde ao módulo da velocidade do carrinho após o choque.

A () $\frac{1}{2}\sqrt{2a_0\ell + 4gR}$ B () $\sqrt{\frac{1}{2}(a_0\ell + gR)}$ C () $\sqrt{a_0\ell + 2gR}$ D () $\frac{1}{2}\sqrt{a_0\ell + 2gR}$ E () $\sqrt{2(a_0\ell + 2gR)}$

RESOLUÇÃO 14ª QUESTÃO:



Primeiramente vamos determinar o valor da velocidade v (velocidade com que a partícula entra no trecho circular):

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2a_0 \Delta s \\ \therefore v^2 &= 0 + 2a_0 \ell \\ \therefore v &= \sqrt{2a_0 \ell} \end{aligned}$$

Agora vamos calcular o valor da velocidade w com a qual a partícula chega ao final do trecho circular.

$$\begin{aligned} E_{\text{mec}_A} &= E_{\text{mec}_B} \\ \therefore \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2R &= \frac{mw^2}{2} \\ \therefore v^2 + 4gR &= w^2 \\ \therefore w^2 &= 2a_0 \ell + 4gR \\ \therefore w &= \sqrt{2a_0 \ell + 4gR} \end{aligned}$$

Ao analisar a colisão inelástica, e designando por u a velocidade do sistema após o impacto, aplicando o princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$mw = 2mu \Rightarrow u = \frac{w}{2} \Rightarrow \boxed{u = \frac{1}{2}\sqrt{2a_0 \ell + 4gR}}$$

ALTERNATIVA CORRETA: A

15ª QUESTÃO

Um explorador em um planeta exótico, circundado por um satélite natural, observa que o intervalo de tempo entre as fases cheia e nova de seu satélite é de 58 dias terrestres. Sabe-se que a massa desse planeta é igual à massa da Terra e muito maior que a massa de seu satélite.

Assinale a alternativa que contém a estimativa correta da distância entre o planeta exótico e seu satélite.

- A () 8×10^8 m B () 1×10^9 m C () 2×10^9 m D () 4×10^9 m E () 6×10^9 m

RESOLUÇÃO 15ª QUESTÃO:

Pela 3ª Lei de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$$

Como o intervalo de tempo entre a fase nova e a fase cheia é de 58 dias terrestres, o período de revolução é igual a 116 dias terrestres. Assim:

$$R^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2} \rightarrow R^3 = \frac{(116 \cdot 24 \cdot 3600) \cdot 6,7 \times 10^{-11} \cdot 6,0 \times 10^{24}}{4\pi^2} = 1,023 \times 10^{27}$$

$$R \cong 1 \times 10^9 \text{ m}$$

ALTERNATIVA CORRETA: B

16ª QUESTÃO

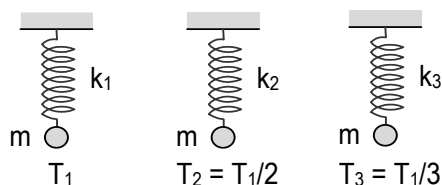
Considere três osciladores massa-mola independentes (1, 2 e 3) de massa m e constantes elásticas k_1 , k_2 e k_3 , respectivamente. O tempo que o sistema massa-mola 1 leva para completar uma oscilação é igual ao tempo que o sistema massa-mola 2 leva para completar duas oscilações e ao tempo que o sistema massa-mola 3 leva para completar três oscilações. Agora considere um sistema composto por essas mesmas três molas acopladas em série e colocadas para oscilar junto a um objeto de massa $4m$.

Assinale a alternativa que contém o valor numérico mais próximo da razão entre a frequência do sistema massa-mola 1 e a frequência do sistema massa-mola em série.

- A () 7,5 B () 3,8 C () 2,7 D () 2,3 E () 1,0

RESOLUÇÃO 16ª QUESTÃO:

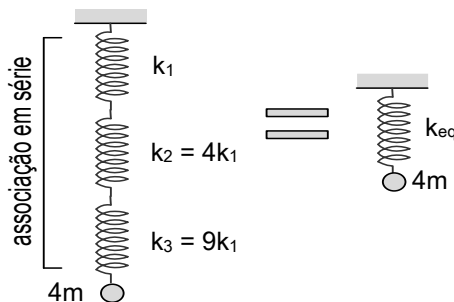
Caso 1:



Vamos estabelecer a relação entre as constantes elásticas das molas:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \\ T_2 = \frac{T_1}{2} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = \frac{1}{2} \cdot \left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}\right) \Rightarrow k_2 = 4k_1 \\ T_3 = \frac{T_1}{3} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_3}} = \frac{1}{3} \cdot \left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}\right) \Rightarrow k_3 = 9k_1 \end{cases}$$

Caso 2: Agora vamos determinar a constante elástica da associação de molas:



$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{4k_1} + \frac{1}{9k_1} = \frac{49}{36k_1} \Rightarrow k_{eq} = \frac{36k_1}{49}$$

Assim, a frequência do novo sistema será:

$$f_{final} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{4m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{36k_1}{49 \cdot 4m}} = \frac{6}{14} \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \right) = \frac{3}{7} f_1$$

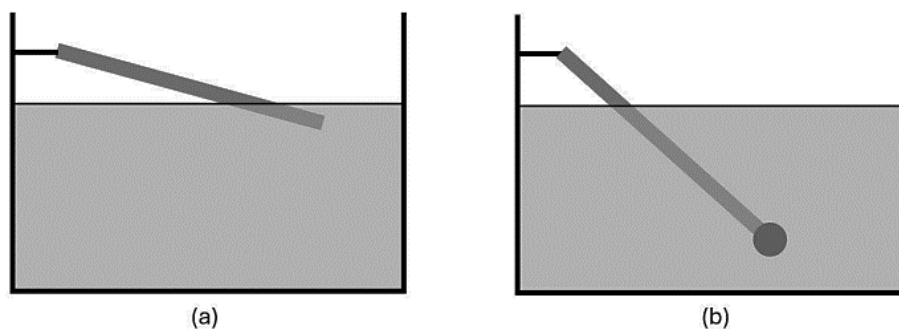
Logo,

$$\frac{f_1}{f_{final}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_{final}} = 2,3}$$

ALTERNATIVA CORRETA: D

17ª QUESTÃO

Uma barra homogênea e fina de seção reta circular A e comprimento L tem uma de suas extremidades fixas a uma articulação, podendo girar sem atrito. As figuras abaixo mostram duas situações nas quais a barra se encontra em equilíbrio estático. No primeiro caso, a barra está parcialmente mergulhada em uma cuba preenchida com um líquido, de forma que 25% de seu comprimento ficam submersos, conforme a figura (a). No segundo caso, um objeto pontual, com 50% da massa da barra, está fixado em sua extremidade livre, como ilustra a figura (b).

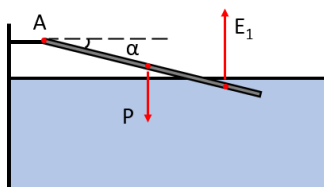


Assinale a alternativa correspondente ao novo comprimento submerso da barra na situação exposta na figura (b).

- A () $L \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ B () $L \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$ C () $\frac{1}{2}L$ D () $\frac{3}{8}L$ E () $\frac{3}{4}L$

RESOLUÇÃO 17ª QUESTÃO:

Na primeira situação, considerando α o ângulo entre a barra e a horizontal, calcula-se o momento das forças resultante em relação ao ponto A (ponto de apoio da barra):



$$M_A = P \cdot \frac{L \cos(\alpha)}{2} - E_1 \left(\frac{3L \cos(\alpha)}{4} + \frac{L \cos(\alpha)}{8} \right) = 0$$

Logo:

$$P \cdot \frac{L \cos(\alpha)}{2} = E_1 \frac{7L \cos(\alpha)}{8}$$

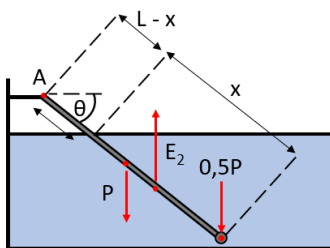
Do empuxo atuante na barra:

$$E_1 = \rho A g \frac{L}{4}$$

Donde:

$$P = \frac{7\rho A L g}{16} \quad (I)$$

Já na segunda situação, considera-se o ângulo entre a barra e a horizontal como θ . Considera-se também como x o comprimento da barra que está submerso. Calcula-se, novamente, o momento das forças resultante em relação ao ponto de apoio:



$$M_A = P \cdot \frac{L \cos(\theta)}{2} + \frac{P}{2} \cdot L \cos(\theta) - E_2 \left(L - \frac{x}{2} \right) \cos(\theta) = 0$$

Portanto:

$$PL = E_2 \left(L - \frac{x}{2} \right) \quad (II)$$

Dado que o objeto adicionado à barra é pontual, este não sofre ação de forças de empuxo, portanto:

$$E_2 = \rho A g x$$

Da equação (I) combinada com a equação (II):

$$\frac{7\rho A L g}{16} L = \rho A g x \left(L - \frac{x}{2} \right)$$

Donde:

$$8x^2 - 16Lx + 7L^2 = 0$$

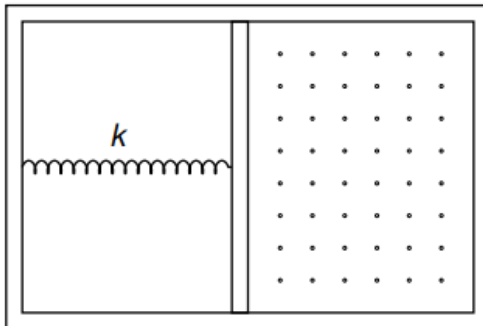
Do resultado da Fórmula de Bhaskara, tem-se:

$$x = L \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

ALTERNATIVA CORRETA: B

18ª QUESTÃO

Um recipiente de paredes diatérmicas é dividido ao meio por um êmbolo de área A . O lado esquerdo do êmbolo é conectado ao recipiente por uma mola ideal de constante elástica k , em uma região onde há vácuo. No lado direito do êmbolo, há um gás ideal a uma pressão inicial P_0 . Então, uma quantidade Q de calor é transferida a esse gás por um processo reversível e isotérmico.



Assinale a alternativa que fornece a diferença entre o comprimento natural da mola e o seu comprimento ao final do processo descrito.

A () $\sqrt{\frac{2Q}{k}}$ B () $\sqrt{\frac{2Q}{k} + \frac{P_0 A}{k}}$ C () $\sqrt{\frac{Q}{2k} + \frac{P_0 A}{k}}$ D () $\sqrt{\frac{Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2}$ E () $\sqrt{\frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2}$

RESOLUÇÃO 18ª QUESTÃO:

Situação inicial:

Deformação na mola (x_i):

$$P_0 A = k x_i \Leftrightarrow x_i = \frac{P_0 A}{k}$$

Situação final:

Deformação na mola (x_f):

Como o processo é isotérmico, então $\Delta U = 0$, todo o calor transferido ao sistema foi convertido em trabalho realizado pelo gás.

Usando que:

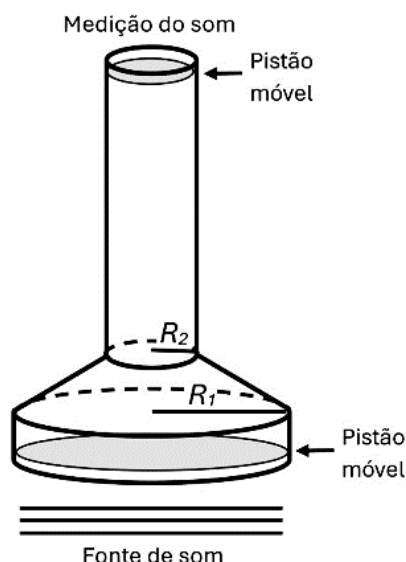
$$\begin{aligned}
 Q = W_{\text{gás}} = \Delta E_{\text{mola}} &= \frac{k x_f^2}{2} - \frac{k x_i^2}{2} \Leftrightarrow Q + \frac{k x_i^2}{2} = \frac{k x_f^2}{2} \Leftrightarrow x_f^2 = \frac{2Q}{k} + x_i^2 \\
 \Rightarrow x_f^2 &= \frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2 \Rightarrow x_f = \sqrt{\frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2}
 \end{aligned}$$

ALTERNATIVA CORRETA: E

19ª QUESTÃO

O estetoscópio é um instrumento amplamente utilizado por profissionais de saúde para auscultar sons internos do corpo humano, como batimentos cardíacos e fluxo sanguíneo. Considere o modelo simplificado de um estetoscópio, ilustrado na figura, composto de um cone truncado de bases circulares, cuja base maior possui raio R_1 , e a base menor, raio R_2 . Nos cilindros, perfeitamente conectados em cada base, há pistões finos e rígidos de massa desprezível, que podem se mover para cima e para baixo sem atrito. Considere que a onda sonora atinge toda a superfície do pistão maior e que sua energia é transferida integralmente para o pistão menor.

Assinale a alternativa que corresponde à amplificação, em dB, em função dos raios das extremidades do estetoscópio.



- A () $2\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ B () $4\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ C () $20\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ D () $40\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ E () $80\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$

RESOLUÇÃO 19ª QUESTÃO:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{P_{ot}}{A_1} = \frac{P_{ot}}{\pi R_1^2} \\ I_2 = \frac{P_{ot}}{A_2} = \frac{P_{ot}}{\pi R_2^2} \end{cases} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{P_{ot}}{\pi R_2^2}}{\frac{P_{ot}}{\pi R_1^2}} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \rightarrow I_2 = I_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

$$\begin{cases} n_1 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \\ n_2 = 10\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \end{cases} \rightarrow n_2 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right) = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

$$n_2 = n_1 + 20\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \rightarrow \Delta n = n_2 - n_1 = 20\log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

ALTERNATIVA CORRETA: C

RECURSO DE ANULAÇÃO: Embora haja resposta, do ponto de vista procedimental, via 2ª Lei de Newton e 1ª Lei da Termodinâmica, a situação Física retrata uma inconsistência conceitual.

Considerando $Q > 0$, temos $W_{\text{gas}} = Q > 0$, para o processo isotérmico. Neste caso, como $\Delta V > 0$, temos $\Delta P < 0$. Isto impossibilita ao gás realizar trabalho contra uma mola que, ainda mais comprimida, ofereceria uma força sobre o êmbolo superior a $P \cdot A$, não haveria equilíbrio.

Conclusões análogas seguem para $Q < 0$, pelo que se pede a anulação da questão.

20ª QUESTÃO

O arco-íris é um fenômeno meteorológico de grande beleza e com profundo simbolismo para diferentes culturas. Sua explicação física foi debatida desde a antiguidade até o início da idade moderna. A respeito desse fenômeno, são feitas as seguintes afirmações:

- I. Cada componente de comprimento de onda da luz do Sol que incide sobre uma gotícula de água suspensa na atmosfera emerge com o mesmo ângulo de espalhamento.
- II. Para a formação do arco-íris, são necessárias tanto a ocorrência de refração quanto a de reflexão da luz.
- III. O efeito visual do arco-íris é resultado de a luz do Sol ser policromática e de a água ser um meio dispersivo na faixa do espectro eletromagnético visível.

Esta(ão) correta(s): ~

- A () apenas I.
- B () apenas I e II.
- C () apenas I e III.
- D () apenas II e III.
- E () I, II e III.

RESOLUÇÃO 20ª QUESTÃO:

Afirmativa I: (Incorreta) Cada componente de comprimento de onda (cores) se comporta de maneira diferente ao ser refratado na gota de água. Isso ocorre devido à dispersão, que faz com que ângulos de refração sejam diferentes para cada cor.

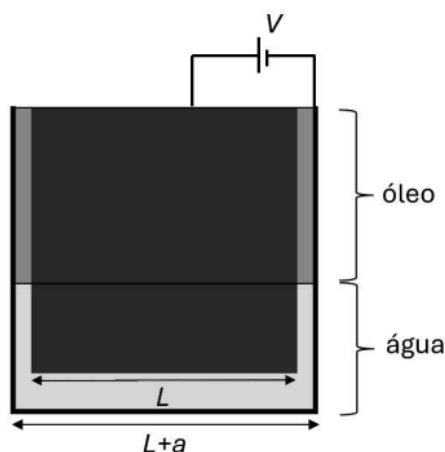
Afirmativa II: (Correta) A formação do arco-íris envolve tanto a refração (quando a luz entra e sai da gota) quanto a reflexão interna dentro da gota.

Afirmativa III: (Correta) O arco-íris é resultado da dispersão da luz branca do Sol em suas diferentes cores ao passar por um meio dispersivo, como a água, que separa a luz em suas componentes.

ALTERNATIVA CORRETA: D

21ª QUESTÃO

Considere um tanque cúbico metálico de lado $L + a$ ($L \gg a$), aberto no topo, preenchido com água e óleo. O tanque contém, no seu interior, um cubo metálico de lado L , com 5 de seus lados totalmente submersos e o outro emerso na superfície, centralizado com a face aberta do tanque. Uma diferença de potencial de V é estabelecida entre o cubo e o tanque, de forma que o sistema atue como um capacitor. A vista frontal do sistema encontra-se ilustrada na figura abaixo. Sabe-se que o óleo possui uma densidade de $d_o = 0,90 \text{ g/cm}^3$ e constante dielétrica κ_o , que a água tem uma densidade igual $d_a = 1,0 \text{ g/cm}^3$ e constante dielétrica κ_a e que a densidade do cubo é $d_c = 0,92 \text{ g/cm}^3$.



Desconsiderando efeitos de borda, assinale a alternativa que fornece a capacitância do sistema.

A () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (6,4\kappa_o + 2,6\kappa_a)$

B () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (6,4\kappa_o + 1,6\kappa_a)$

C () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (3,2\kappa_o + 0,8\kappa_a)$

D () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (3,2\kappa_o + 1,8\kappa_a)$

E () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (1,6\kappa_o + 6,4\kappa_a)$

RESOLUÇÃO 21ª QUESTÃO:

O sistema é equivalente a dois capacitores em paralelo, um com dielétrico sendo o óleo e outro com o dielétrico sendo a água.

Suponhamos a altura da coluna de óleo sendo x e da coluna de água sendo y :

$$\text{Peso} = \text{Empuxo}$$

$$d_c \cdot V_c \cdot g = d_o \cdot V_o \cdot g + d_a \cdot V_a \cdot g$$

Cancelando g ,

$$d_c \cdot V_c = d_o \cdot V_o + d_a \cdot V_a$$

$$0,92 \cdot L^3 = 0,9 \cdot x \cdot L^2 + 1 \cdot y \cdot L^2$$

Donde:

$$0,9 \cdot x + y = 0,92 \cdot L$$

Como:

$$x + y = L$$

Chega-se a:

$$x = 0,8L \text{ e } y = 0,2L$$

Logo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = \frac{k_o \epsilon_0 \cdot 4 \cdot 0,8L^2}{a/2} + \frac{k_a \epsilon_0 \cdot 4 \cdot 0,2L^2}{a/2} + \frac{k_a \epsilon_0 L^2}{a}$$

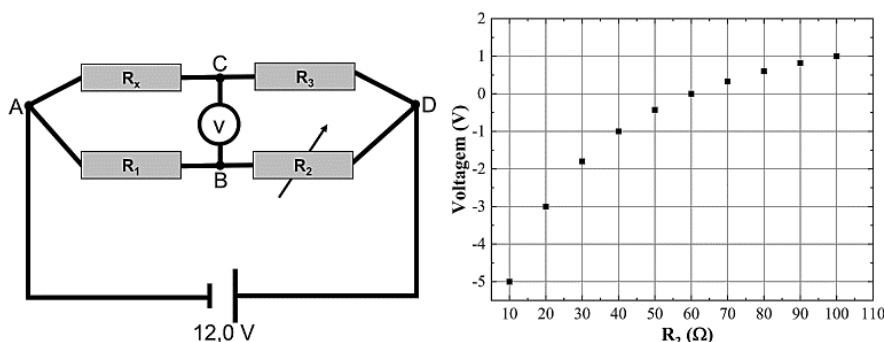
Donde:

$$C_{eq} = \frac{\epsilon_0 L^2}{a} (6,4 \cdot k_o + 2,6 \cdot k_a)$$

ALTERNATIVA CORRETA: A

22ª QUESTÃO

Com o intuito de medir a resistência elétrica de um resistor R_x , foi montado o circuito mostrado na figura. Nesse circuito, sabe-se que os resistores R_1 e R_3 possuem resistências de 20Ω e 30Ω , respectivamente, e que R_2 é um reostato cuja resistência pode variar de 0 a 100Ω . Foi feito um experimento em que, à medida que a resistência R_2 era variada, a voltagem entre os pontos C e B era medida por um voltímetro V. Os resultados das medições estão apresentados no gráfico.



Sabendo que a tensão da fonte é contínua e possui um valor de $12,0 \text{ V}$, assinale a alternativa que corresponde ao valor aproximado da resistência elétrica R_x .

A () 4Ω

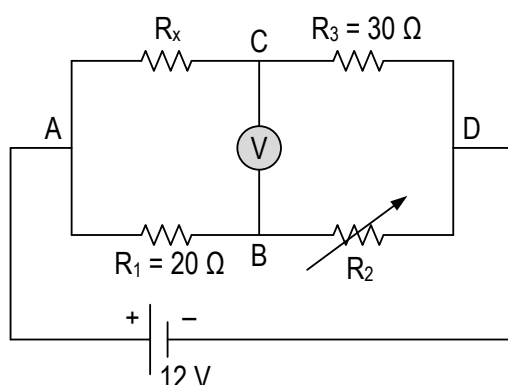
B () 10Ω

C () 12Ω

D () 20Ω

E () 50Ω

RESOLUÇÃO 22ª QUESTÃO:



No gráfico, observamos que o voltímetro registra um valor nulo para a tensão quando R_2 é igual a 60Ω . Portanto, podemos concluir que, nesse caso, a ponte está equilibrada. Assim, o valor de R_x será determinado.

$$R_x \cdot 60 = 20 \cdot 30 \Rightarrow R_x = 10 \Omega$$

ALTERNATIVA CORRETA: B

23ª QUESTÃO

Um campo magnético diminui ao longo do tempo a uma taxa fixa de $(20\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k})$ T/s. Considere uma circunferência feita com material cuja resistência por unidade de comprimento vale $3 \Omega/\text{m}$ e que passa pela origem e pelos pontos $(4 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ e $(2 \text{ m}, 2 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Assinale a alternativa que corresponde ao valor da corrente que flui pela circunferência. ^

A () 2,0 A

B () 3,3 A

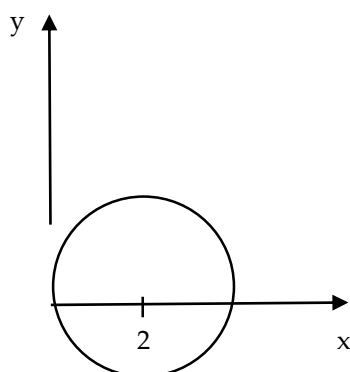
C () 4,0 A

D () 6,7 A

E () 8,5 A

RESOLUÇÃO 23ª QUESTÃO:

Por inspeção, a circunferência dada tem centro em $(2\text{m}, 0\text{m}, 0\text{m})$ e possui raio de 2 m.



$$I = \frac{E}{R}$$

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = A \frac{\Delta B_z}{\Delta t} = \pi r^2 \cdot -12 = -48\pi \text{ V}$$

$$R = 2\pi r \times 3 = 12\pi \Omega$$

Logo:

$$I = \frac{-48\pi}{12\pi} = 4 \text{ A}$$

ALTERNATIVA CORRETA: C

24ª QUESTÃO

O efeito Raman ocorre quando há o espalhamento inelástico da luz pela matéria, de forma que o fóton espalhado contém um pequeno decremento ou incremento de um quantum de energia relacionado a transições entre modos vibracionais na matéria. Em um experimento realizado a temperatura ambiente, um fóton incidente de comprimento de onda de 620 nm é espalhado por um cristal, resultando em um fóton espalhado com comprimento de onda de 590 nm. Suponha que esse mesmo cristal, submetido à mesma radiação incidente, seja mantido a uma temperatura próxima ao zero absoluto, de tal forma que somente um modo vibracional esteja envolvido no espalhamento inelástico.

Assinale a alternativa que corresponde ao comprimento de onda do fóton espalhado.

A () 565 nm

B () 590 nm

C () 602 nm

D () 640 nm

E () 653 nm

RESOLUÇÃO 24ª QUESTÃO:

No enunciado é dito que o fóton espalhado contém um pequeno **decremento ou incremento** de um quantum de energia relacionado a transições entre modos vibracionais na matéria.

Assim, à temperatura ambiente temos que:

$$E_{\text{foton-espalhado}} = E_{\text{foton-incidente}} + \Delta E$$

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{espalhado}}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{incidente}}} + \Delta E \rightarrow \Delta E = 1240 \left(\frac{1}{590} - \frac{1}{620} \right) \therefore \Delta E = 1240 \cdot \frac{3}{59 \cdot 62}$$

Logo, $\Delta E = +0,1017 \text{ eV}$

Trata-se de um incremento.

Quando a temperatura está próxima do zero absoluto, então, teremos um decremento.

Assim:

$$E_{\text{foton-espalhado}} = E_{\text{foton-incidente}} - \Delta E$$

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{espalhado}}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{incidente}}} - \Delta E \rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\text{espalhado}}} = 2 - 0,1017 = 1,8983$$

$$\lambda_{\text{espalhado}} = \frac{1240}{1,8983} = 653,2 \text{ nm}$$

ALTERNATIVA CORRETA: E

Professores:

Antonio Bonfadini | Alexandre Folz | Bruno Pompeo | Guilherme Orsi
Matheus Pinheiro | Ramaton Ramos | Raul Morais

RESOLUÇÃO ITA 2024/2025

QUÍMICA

1ª FASE

13 de outubro de 2024



CONSTANTES

Constante de Avogadro (N_A)	= $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F)	= $9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ = $9,65 \times 10^4 \text{ A.s.mol}^{-1}$ = $9,65 \times 10^4 \text{ J.V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Carga elementar	= $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	= $8,21 \times 10^{-2} \text{ atm.L.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ = $8,31 \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ = $1,98 \text{ cal.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Planck (h)	= $6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	= $3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Número de Euler (e)	= 2,72

DEFINIÇÕES

Pressão: $1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$.

Energia: $1 \text{ J} = 1 \text{ N.m} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$.

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0°C e 1 atm .

Condições ambientes: 25°C e 1 atm .

Condições padrão: 1 bar ; concentração das soluções = 1 mol.L^{-1} (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido; (g) = gasoso; (aq) = aquoso; (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias;

(u.m.a) = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie X em mol.L^{-1} .

$\ln X = 2,3 \log X$

MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g.mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g.mol^{-1})
H	1	1,01	Mn	25	54,94
C	6	12,01	Fe	26	55,85
N	7	14,01	As	33	74,92
O	8	16,00	Se	34	78,97
F	9	19,00	Br	35	79,90
Na	11	22,99	Sr	38	87,62
Mg	12	24,31	Nb	41	92,91
P	15	30,97	I	53	126,90
S	16	32,06	Ba	56	137,33
Cl	17	35,45	Au	79	196,97
K	19	39,10	Hg	80	200,59

25ª QUESTÃO

São feitas as seguintes afirmações sobre processos de combustão:

- I. A velocidade de propagação da chama é a velocidade com que a frente de chama se move através de uma mistura reagente.
- II. Um combustível pode gerar uma chama azul ou amarela, sendo esta última a de maior energia.
- III. A detonação é um tipo de combustão que ocorre à alta pressão e temperatura, em que a onda de choque se propaga em velocidade supersônica.
- IV. Reações de combustão não sofrem efeitos catalíticos.

Estão CORRETAS:

- A () apenas I e II. B () apenas I e III. C () apenas II e III. D () apenas II e IV. E () apenas III e IV.

RESOLUÇÃO 25ª QUESTÃO:

Item I) Verdadeiro.

Item II) Falso. A chama azul é característica de um processo de combustão completa, ou seja, produção de dióxido de carbono e água. Já o processo de combustão incompleta é caracterizado pela produção de óxido nítrico ou carbono na forma grafite, além da molécula de água. Com isso a chama amarela é predominante. Diante disso, o primeiro processo de combustão é caracterizado como sendo o mais exotérmico, pelo fato do CO₂ (dióxido de carbono) ser molécula a mais estável.

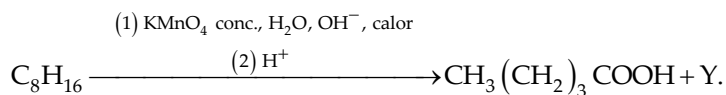
Item III) Verdadeiro.

Item IV) Falso. Em reações de combustão (completa ou incompleta) há a presença de efeitos catalíticos, uma vez que é necessário seu uso para sistemas de escapamentos de veículos automotivos.

ALTERNATIVA CORRETA: B

26ª QUESTÃO

Considere a seguinte equação química que representa a reação do composto C₈H₁₆.



São feitas as seguintes afirmações a respeito da reação:

- I. O produto Y é, majoritariamente, o propanal.
- II. O alqueno reagente pode ser o *cis*-oct-3-eno.
- III. O alqueno reagente pode ser o *trans*-oct-3-eno.
- IV. A reação, nas condições mencionadas, é de oxidação, portanto leva à formação majoritária de compostos oxidados.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) ERRADA(S).

- A () Apenas I. B () Apenas I e II. C () Apenas I, III e IV. D () Apenas II e IV. E () Apenas III e IV.

RESOLUÇÃO 26ª QUESTÃO:

Como resultado da oxidação com KMnO₄ a quente em meio básico, de um alceno de fórmula molecular C₈H₁₆, encontrou-se um ácido carboxílico de três carbonos (ácido propanoico) e um ácido carboxílico de cinco carbonos (ácido pentanoico). Assim o composto de fórmula molecular C₈H₁₆ corresponde ao *cis* - oct-3-eno ou *trans* - oct-3-eno. Portanto, apenas a afirmação I está errada.

ALTERNATIVA CORRETA: A

27ª QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações relacionadas a propriedades periódicas:

- I. Os gases nobres não possuem tendência em receber elétrons, porque qualquer elétron adicionado deve ocupar um orbital exterior a uma camada completa e distante do núcleo.
 - II. O raio iônico do As^{3-} é menor que do Se^{2-} .
 - III. A primeira energia de ionização do P é menor que a primeira energia de ionização do S.
 - IV. O raio atômico do Na é maior que o raio atômico do Mg.
- Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

A () Apenas I, II e IV. B () Apenas I e IV. C () Apenas II e III. D () Apenas III. E () Todas.

RESOLUÇÃO 27ª QUESTÃO:

- I. (V), os gases nobres não tem tendência a ganhar elétrons porque já são estáveis.
- II. (F), entre espécies isoeletrônicas, quanto maior o número atômico, menor o raio, por isso o Se^{2-} tem raio menor do que o As^{3-} .
- III. (F), nesse caso temos uma exceção, a primeira energia de ionização do fósforo é maior do que a do enxofre pois apresenta uma configuração eletrônica mais estável com o subnível p semipreenchido.
- IV. (V), o raio do magnésio é menor, pois ele apresenta maior carga nuclear efetiva.

ALTERNATIVA CORRETA: B

28ª QUESTÃO

O volume de 400 mL de ar foi recolhido em um recipiente hermético, a bordo de um avião em voo, à pressão interna de 0,8 atm e 30 °C. Após o pouso, o ar foi transferido para um instrumento de medição em solo em condições ambiente. Assinale a alternativa que apresenta aproximadamente o volume de ar, em mL, medido pelo instrumento em solo.

A () 267 B () 300 C () 315 D () 325 E () 492

RESOLUÇÃO 28ª QUESTÃO:

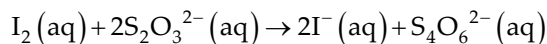
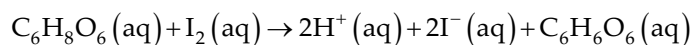
Supondo que o ar é um gás ideal nas condições apresentadas, conservamos o número de mols nas duas situações:

$$\begin{aligned}
 n_{\text{avião}} &= n_{\text{solo}} \\
 \left(\frac{PV}{RT}\right)_{\text{avião}} &= \left(\frac{PV}{RT}\right)_{\text{solo}} \\
 \frac{0,8 \cdot 0,4}{303} &= \frac{1 \cdot V}{298} \\
 V &= 315 \text{ mL}
 \end{aligned}$$

ALTERNATIVA CORRETA: C

29ª QUESTÃO

Para quantificar o ácido ascórbico ($C_6H_8O_6$) em uma amostra de alimento, foram adicionados 100 mL de uma solução aquosa $0,005 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ em I_2 . Após a reação completa do ácido ascórbico, o I_2 remanescente foi titulado com uma solução aquosa $0,005 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ em $Na_2S_2O_3$, sendo utilizados 20 mL dessa solução até o ponto de equivalência.



Considere as seguintes afirmações sobre a reação:

- I. Entre I_2 e o ácido ascórbico, há uma reação de oxirredução, em que o ácido ascórbico age como agente redutor, e o I_2 , como agente oxidante.
- II. A quantidade de ácido ascórbico presente na amostra é de aproximadamente 0,08 g.
- III. Após a titulação de neutralização do ácido ascórbico ($pK_{a1} = 4,17$) com I_2 , no ponto de equivalência, o pH da solução resultante é maior que 7,0.
- IV. O I_2 pode ser substituído por Br_2 como titulante no processo de quantificação do ácido ascórbico por titulação.

Com base nas afirmações acima, estão CORRETAS

- A () apenas I e II. B () apenas I, II e IV. C () apenas I e III. D () apenas III e IV. E () todas.

RESOLUÇÃO 29ª QUESTÃO:

I. Verdadeira.

Na reação do ácido ascórbico com o iodo, o primeiro é oxidado e o segundo é reduzido. A reação é de oxirredução e o iodo é o agente oxidante.

II. Verdadeira.

A quantidade total de I_2 adicionado foi: $n_{\text{total}} = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$.

O excesso de I_2 reagiu com $S_2O_3^{2-}(aq)$ na proporção de 1:2 em mols.

Assim $n_{\text{exc}} = \frac{1}{2} \cdot n S_2O_3^{2-} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$

O número de mols de ácido ascórbico é igual ao número de mols de I_2 que reagiu na primeira reação: $n C_6H_8O_6 = n_{\text{reagiu}} = n_{\text{total}} - n_{\text{exc}} = 45 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$. A massa molar do ácido ascórbico é 176g/mol.

Logo, a massa do ácido presente na amostra é $m = 176 \cdot 45 \cdot 10^{-5} = 7,92 \cdot 10^{-2} \text{ g} \approx 0,08 \text{ g}$.

III. Falsa

No ponto de equivalência da titulação do ácido ascórbico com o I_2 , são produzidos cátions $H^+(aq)$. O excesso destes na solução torna o meio ácido. Considerando a temperatura de 25°C , o pH da solução será menor que 7,0.

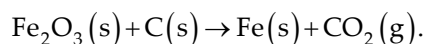
IV. Verdadeira

O Br_2 é um oxidante mais forte que o I_2 . Caso o Br_2 fosse utilizado como titulante no processo de quantificação do ácido ascórbico por titulação, também ocorreria a oxidação do ácido ascórbico. O excesso de Br_2 também poderia ser calculado em reação de oxirredução com o íon $S_2O_3^{2-}(aq)$.

ALTERNATIVA CORRETA: B

30ª QUESTÃO

Considere a seguinte reação química não balanceada de obtenção do ferro:



São fornecidos os seguintes dados termodinâmicos:

$$\Delta_f H^\ominus(\text{CO}_2) = -393,5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \Delta_f H^\ominus(\text{Fe}_2\text{O}_3) = -824,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{CO}_2) = 213,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad S_m^\ominus(\text{Fe}_2\text{O}_3) = 87,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{C}) = 5,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad S_m^\ominus(\text{Fe}) = 27,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Assinale a opção que apresenta a temperatura mínima, em °C, para que essa reação seja espontânea.

A () 541,8.

B () 554,8.

C () 560,8.

D () 564,8.

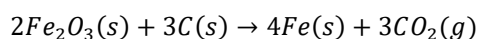
E () 585,8.

RESOLUÇÃO 30ª QUESTÃO:

Para que seja espontânea, temos que $\Delta G \leq 0$. Logo:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \leq 0 \rightarrow T \geq \frac{\Delta H}{\Delta S} \quad (i)$$

Balanceando a reação química:



Com a reação balanceada, podemos calcular os valores de ΔH e ΔS :

$$\Delta H = 4 \times 0 + 3 \times (-393,5) - [2 \times (-824,2) + 3 \times 0] = 467,9 \text{ kJ}$$

$$\Delta S = 4 \times 27,3 + 3 \times 213,7 - (2 \times 87,4 + 3 \times 5,7) = 558,4 \text{ J}$$

$$\text{Com isso, substituindo em (i): } T \geq \frac{467,9 \times 10^3}{558,4} - 273,15 \therefore T \geq 564,78^\circ\text{C}$$

ALTERNATIVA CORRETA: D

31ª QUESTÃO

Uma determinada reação química "A" tem a mesma ordem e o mesmo fator pré-exponencial (k_0) do que uma reação química "B". Considerando que a energia de ativação da reação "A" é $8,31 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ maior do que a energia de ativação da reação "B", assinale a alternativa que apresenta a relação entre as constantes de velocidade dessas reações a 227°C .

$$A () K_A = e^{-0,002} K_B. \quad B () K_A = e^{-2} K_B. \quad C () K_A = e^{-20} K_B. \quad D () K_A = e^{+0,002} K_B. \quad E () K_A = e^{+20} K_B.$$

RESOLUÇÃO 31ª QUESTÃO:

Podemos escrever a constante de velocidade das reações A e B pela equação de Arrhenius:

$$k_A = k_0 e^{-\frac{(E_{at}+8,31)}{RT}} \quad e \quad k_B = k_0 e^{-\frac{E_{at}}{RT}}$$

$$k_A = k_0 e^{-\frac{(E_{at}+8,31)}{RT}} = k_0 e^{-\frac{E_{at}}{RT} - \frac{8,31}{RT}} = \left(k_0 e^{-\frac{E_{at}}{RT}} \right) e^{-\frac{8,31}{RT}} = k_B e^{-\frac{8,31}{RT}}$$

A $227^\circ\text{C} = 500\text{K}$, com $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K} = 0,00831 \text{ kJ/mol} \cdot \text{K}$

$$k_A = k_B e^{-\frac{8,31}{0,00831 \cdot 500}} = k_B e^{-2}$$

ALTERNATIVA CORRETA: B

32ª QUESTÃO

Considere que dois átomos de Cl da molécula PCl_5 são substituídos por dois átomos de F . Considerando todas as possibilidades de substituição, sejam elas distinguíveis ou indistinguíveis, assinale a alternativa que apresenta a proporção do número de possibilidades de moléculas apolares e polares, respectivamente, em relação ao total.

A () $\frac{1}{10}$ e $\frac{9}{10}$

B () $\frac{2}{10}$ e $\frac{8}{10}$

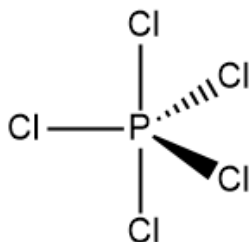
C () $\frac{3}{10}$ e $\frac{7}{10}$

D () $\frac{4}{10}$ e $\frac{6}{10}$

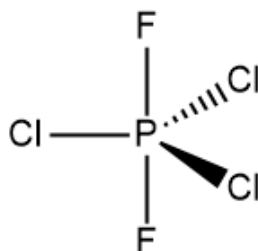
E () $\frac{5}{10}$ e $\frac{5}{10}$

RESOLUÇÃO 32ª QUESTÃO:

A molécula PCl_5 possui a seguinte geometria explicitada abaixo:



A geometria acima é denominada bi-pirâmide de base triangular. A única alternativa para gerar uma molécula apolar substituindo dois átomos de cloro por átomos de flúor seria posicionando-os nas posições axiais, ou seja, conforme figura abaixo:



As demais possibilidades de substituição geram moléculas polares.

Calculando o número total de substituições por simples combinação:

$$C_2^5 = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Portanto, o total de possibilidades é 10, das quais 1 é apolar e as outras 9 são polares.

Portanto, as proporções de número total de moléculas apolares e polares sobre o total de possibilidades é $\frac{1}{10}$ e $\frac{9}{10}$.

ALTERNATIVA CORRETA: A

33ª QUESTÃO

Um dos procedimentos mais utilizados para purificação de alguns sais é descrito abaixo:

- I. lavagem com água gelada;
- II. adição de uma certa quantidade de água para a obtenção de uma solução saturada à alta temperatura e aquecimento dessa mistura até total dissolução do sal;
- III. filtração a quente;
- IV. resfriamento controlado da solução sob agitação.

A respeito do procedimento descrito, assinale a opção que contém a afirmação ERRADA.

- A () A lavagem com água gelada é realizada para remover as impurezas solúveis em água, evitando maiores perdas do sal.
- B () A curva de solubilidade do sal em água é fundamental para determinação da temperatura de aquecimento da mistura.
- C () A filtração a quente é realizada para remoção das impurezas solúveis em água, evitando perdas do sal.
- D () O controle da temperatura de resfriamento e o grau de agitação da solução determinam o formato e a granulometria dos cristais.
- E () O processo apresentado pode ser utilizado na recristalização de sais.

RESOLUÇÃO 33ª QUESTÃO:

Sobre o processo de purificação do sal, podemos afirmar o seguinte:

- a) A água gelada auxilia na retirada de impurezas solúveis em água e ainda mantém grande parte do sal na matriz sólida devido à baixa solubilidade do mesmo em baixa temperatura.
- b) A curva de solubilidade auxilia na análise da solubilidade e sua dependência com a temperatura para determina a temperatura ideal para melhor dissolução.
- c) A filtração a quente serve para retirar as impurezas insolúveis da mistura e manter o sal dissolvido na solução.
- d) A temperatura e o grau de agitação determinam se a cristalização será rápida ou lenta e se os cristais serão grandes ou pequenos.
- e) O processo é utilizada para realizar a recristalização dos sais, ou seja, obter o sal em estado sólido e com maior grau de pureza.

Com isso, a afirmativa errada é a alternativa C.

ALTERNATIVA CORRETA: C

34ª QUESTÃO

Assinale a opção que apresenta a afirmação ERRADA a respeito de processos termodinâmicos.

- A () A variação de energia interna de um processo de expansão isotérmica de um gás ideal é igual a zero.
- B () A variação de energia de Gibbs é menor do que zero em um processo de precipitação de uma substância a partir de uma solução supersaturada.
- C () A variação de entalpia de um processo de compressão isobárica é igual ao calor trocado.
- D () A variação de entropia de fusão de uma substância independe da temperatura à pressão constante.
- E () A variação de entropia da vizinhança é igual a zero em um processo de expansão adiabática.

RESOLUÇÃO 34ª QUESTÃO:

Item D) Falso. A variação da entropia é altamente dependente da temperatura em um processo físico (Transformação de fase), que constitui em uma mudança de fase (sólido $\rightarrow$ líquido), uma vez que para um processo de entropia global sua taxa pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\Delta S_{\text{global}} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dH_1}{dT} + \Delta S_{\text{fusão}} + \int_{T_2}^{T_3} \frac{dH_2}{dT}$$

ALTERNATIVA CORRETA: D

35ª QUESTÃO

Assinale a opção que contém o valor ERRADO do número de oxidação de átomos de carbono em diferentes compostos.

A () -4 no metano.

B () +4 no dióxido de carbono.

C () +3 no carbono do grupo nitrila na propanonitrila.

D () +2 no carbono do grupo cetona na propanona.

E () +3 no ácido metanoico.

RESOLUÇÃO 35ª QUESTÃO:

Substância	Fórmula Molecular	Estrutura	Nox C
Metano	CH ₄	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{H} - \text{C} - \text{H} \\ \\ \text{H} \end{array}$	-4
Dióxido de carbono	CO ₂	O=C=O	+4
Propanonitrila	C ₃ H ₅ N	CH ₃ -CH ₂ -C≡N	+3
Propanona	C ₃ H ₆ O	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C} - \text{C}(=\text{O}) - \text{CH}_3 \end{array}$	+2
Ácido metanoico	CH ₂ O ₂	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{H} - \text{C} - \text{OH} \end{array}$	+2

ALTERNATIVA CORRETA: E

36ª QUESTÃO

Uma mistura de gases hipotéticos A₂ e B₂ pode reagir na presença de luz. Sabendo-se que a energia mínima do fóton para iniciar a reação entre os gases é de 2,3 eV, assinale a alternativa que apresenta o tipo de laser de menor energia que possibilita a ocorrência da reação.

Dados eventualmente necessários: $\lambda_{\text{violeta}} = 405 \times 10^{-9} \text{ m}$, $\lambda_{\text{verde}} = 532 \times 10^{-9} \text{ m}$ e $\lambda_{\text{vermelha}} = 650 \times 10^{-9} \text{ m}$.

A () Ultravioleta.

B () Violeta.

C () Verde.

D () Vermelho.

E () Infravermelho.

RESOLUÇÃO 36ª QUESTÃO:

Analisando a energia mínima da reação e aplicando a relação de Planck :

$$2,3 \text{ eV} = 3,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = 5,38 \cdot 10^{-7} \text{ m ou } 538 \text{ nm}$$

Com isso, o laser deve possuir um comprimento de onda menor do que 538 nm. Com isso, a opção de menor energia que atende as condições reacionais é o laser verde ($\lambda=532 \text{ nm}$).

ALTERNATIVA CORRETA: C

Professores:

Alexandre Grillo | Bruno Gabriel | Carlos Corrêa | Felipe Custódio
 Guilherme Orsi | Romário Freire | Ubiratan Cunha | Victor Wanderley

RESOLUÇÃO 38ª QUESTÃO:

A frase “*While most branches of science have ascended in this era, the field of astrophysics persistently rises to the top*” expressa um contraste entre o aumento do interesse pela maioria dos ramos da ciência e o que houve em relação à astrofísica, que ganhou uma proeminência excepcional. É preciso lembrar que a palavra “contraste” não significa necessariamente oposição. A frase afirma que as demais áreas da ciência ganharam mais interesse, mas a astrofísica foi a que mais se destacou nesse aspecto.

ALTERNATIVA CORRETA: B

39ª QUESTÃO

Na passagem do texto “The highest grossing film of all time is by a famous director who set his story on a planet orbiting a distant star.”, a expressão sublinhada pode ser traduzida como:

- A () O filme mais comovente
B () O filme mais bem produzido
C () O filme de maior orçamento
D () O filme de maior bilheteria
E () O filme mais aclamado pela crítica

RESOLUÇÃO 39ª QUESTÃO:

O verbo “gross” significa arrecadar, ganhar ou lucrar. O que se diz no texto é que o filme que mais faturou em todos os tempos (Avatar) se passa em um planeta distante.

ALTERNATIVA CORRETA: D

Leia o texto a seguir para responder as questões de 40 a 42. ~

What links Sir Isaac Newton, alien solar systems, and a new multi-million dollar TV show? The answer is “the three-body problem”: a conundrum in astronomy and mathematics that describes why it’s often difficult to predict the long-term trajectory of planets, moons and stars. So, what exactly is the problem? And how did it end up becoming the title of a TV series?

To understand, you first need to know a bit about the background to the TV show, and its premise. The story is based on Liu Cixin’s epic sci-fi trilogy, the Remembrance of Earth’s Past, of which The Three-body Problem is the first book. The original trilogy is characterised by the author’s attention to scientific detail. The adaptation is less so, but still crammed with scientific ideas.

The TV series focuses on the “Oxford Five”, who all studied under the same professor at the University of Oxford. Some have gone on to become scientists themselves (a post-doctoral physics researcher, a founder and chief scientific officer of a nano-tech company, and a theoretical physics academic), one has become a school physics teacher, while the fifth is now a snack-food entrepreneur. Scientific credentials abound.

The crux of the story is that an alien race – called the Trisolarans or San-Ti Ren – is headed to Earth to colonise it. Through intergalactic communication, these travellers attempt to intimidate human scientists into slowing down our rapid technological advancement, making Earth easier to conquer. But why are these aliens so hell-bent on taking over our planet in the first place? This is where the three-body problem comes in.

Bodies, in this context, is a scientific byword for planets, moons, suns or any other massive astronomical object. The extraterrestrials’ home planet is situated in a solar system with three suns, hence their name in the English translation of the book – the Trisolarans. This three-sun system can be highly unstable, making conditions difficult for life, hence the desire to travel across the Universe in order to inhabit our relatively stable Solar System. We only have one Sun, so Earth’s future is relatively predictable – at least for the next few million years.

Fonte: YATES, kit. What is the three-body problem? The chaotic, cosmic mathematics behind the Netflix TV show. BBC, 2024. Disponível em: <https://www.bbc.com/future/article/20240328-the-science-astronomy-and-mathematics-of-netflixs-3-body-problem-tv-show>. Adapted

40ª QUESTÃO

According to the text, “the three-body problem” in astronomy and mathematics can be described as

- A () the plot of an epic sci-fi trilogy characterised by the author’s attention to scientific detail.
- B () a difficulty in foreseeing the way celestial bodies will behave while moving around in space into the future.
- C () a group meeting of former students at the University of Oxford, known as “The Oxford Five”.
- D () a theory which describes the events that takes place in a distant galaxy with three suns.
- E () a theory on how to measure the distances between three celestial bodies.

RESOLUÇÃO 40ª QUESTÃO:

O problema dos três corpos é assim chamado porque envolve a dificuldade em prever o que vai acontecer no futuro com corpos celestes influenciados por uma ampla gama de forças.

ALTERNATIVA CORRETA: B

41ª QUESTÃO

According to the text, the TV series mentioned

- A () lacks scientific ideas in its screen adaptation.
- B () is based on the entire epic sci-fi trilogy, the Remembrance of Earth’s Past.
- C () features an alien race who decide to come to Earth and support our rapid technological advancement.
- D () tells the story of a group of aliens that are determined to get control of the Earth.
- E () focuses on the lives of “The Oxford Five” who are not qualified to deal with real-life scientific problems.

RESOLUÇÃO 41ª QUESTÃO:

A série de TV conta a saga de um grupo de alienígenas que querem controlar a Terra e, para isso, intimidam nossos cientistas para atrasar nosso desenvolvimento científico e facilitar a invasão.

ALTERNATIVA CORRETA: D

42ª QUESTÃO

No excerto “The extraterrestrials’ home planet is situated in a solar system with three suns, hence their name in the English translation of the book – the Trisolarans. This three-sun system can be highly unstable, making conditions difficult for life, hence the desire to travel across the Universe in order to inhabit our relatively stable Solar System.”, retirado do 5º parágrafo, o termo **HENCE** pode ser substituído em ambas as ocorrências, sem alteração de sentido, por

- A () and therefore. B () and nevertheless. C () and because of. D () and although. E () moreover.

RESOLUÇÃO 42ª QUESTÃO:

O conectivo “hence” introduz uma consequência. Na maioria das frases pode ser substituído por “and therefore”, “thus”, “consequently”, entre outros,

ALTERNATIVA CORRETA: A

Leia o texto a seguir para responder as questões 43 e 44.

The early development of radar was driven primarily by military imperatives, and the targets that were to be detected were mainly aircraft and ships. It was no surprise that echoes were also received from terrain and from rainstorms, but the discovery, during World War II, that birds were often detectable was less expected. As the technology developed, and specially after transmission at the shorter 'microwave' wavelengths became commonplace, echoes from insects were also identified. In the late 1940's and the 1950's, radar technology was adapted rapidly to the needs of meteorologists, while ornithologists pioneered the use of defence and air-traffic control radars to study bird migration.

Radar observations of insects, however, were relatively sparse until the early 1960's, when radar meteorologists became rather intensely interested in a type of warm-weather echo that appeared, puzzlingly from their perspective, when there was not a cloud in sight. Perhaps spurred by the meteorologists' observations, entomologists began their own exploitation of the technology in 1968, when a rather modest radar, built by G.W. Schaefer specifically for insect observation and operated in West Africa just south of the Sahara, proved to be very effective.

Fonte: DRAKE, V.A. and REYNOLDS, D.R.

Radar Entomology: Observing Insect Flight and Migration. CAB Internacional, 2012

43ª QUESTÃO

De acordo com o texto, uma descoberta que causou surpresa aos usuários de radares durante a Segunda Guerra Mundial foi a capacidade do radar em detectar

- A () características geográficas. B () fenômenos atmosféricos. C () grupos de aves.
D () grupos de insetos. E () aeronaves e navios.

RESOLUÇÃO 43ª QUESTÃO:

Desenvolvidos para detectar principalmente aviões e navios, os radares surpreenderam ao serem capazes de perceber aves durante a Segunda Guerra Mundial. O uso de radares na entomologia só ganhou força na década de 60 do século XX.

ALTERNATIVA CORRETA: C

44ª QUESTÃO

No excerto "... puzzlingly from their perspective, when there was not a cloud in sight.", retirado do 2º parágrafo, o termo **PUZZLINGLY** indica que os meteorologistas estavam diante de uma situação

- A () alinhada as suas expectativas. B () previsível e lógica. C () incomum, mas já observada.
D () nova, mas esperada. E () inusitada e de difícil explicação.

RESOLUÇÃO 44ª QUESTÃO:

"Puzzle" é um enigma, algo que precisa de uma solução. Quando usada como verbo, a palavra significa intrigar. Assim, "puzzling" significa intrigante e "sua forma adverbial "puzzlingly" significa intrigantemente. Algo assim descrito costuma ser inusitado, curioso, que é difícil de explicar.

ALTERNATIVA CORRETA: E

Leia o texto a seguir para responder as questões de 45 a 48.

As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies

Many ask authors to disclose use of ChatGPT and other generative artificial intelligence

"It's all we've been talking about since November," says Patrick Franzen, publishing director for SPIE, the international society for optics and photonics. He's referring to ChatGPT, the artificial intelligence (AI) - powered chatbot unveiled that month. In response to a prompt, ChatGPT can spin out fluent and seemingly well-informed reports, essays — and scientific manuscripts. Worried about the ethics and accuracy of such content, Franzen and managers at other journals are scrambling to protect the scholarly literature from a potential flood of manuscripts written in whole or part by computer programs.

Some publishers have not yet formulated policies. Most of those that have avoid an outright ban on AI-generated text, but ask authors to disclose their use of the automated tools, as SPIE is likely to do. For now, editors and peer reviewers have few alternatives, as they lack enforcement tools. No software so far can consistently detect the synthetic text the majority of the time.[. . .]

In some cases, the resulting text is indistinguishable from what people would write. For example, researchers who read medical journal abstracts generated by ChatGPT failed to identify one-third of them as written by machine, according to a December 2022 preprint. AI developers are expected to create even more powerful versions, including ones trained specifically on scientific literature - a prospect that has sent a shock wave through the scholarly publishing industry.

So far, scientists report playing around with ChatGPT to explore its capabilities, and a few have listed ChatGPT as a co-author on manuscripts. Publishing experts worry such limited use could morph into a spike of manuscripts containing substantial chunks of AI-written text.

Fonte: BRAINARD, Jeffrey. As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies. Science, v. 379, n. 6634, p. 740-741, 22 fev.2023.
Disponível em <https://www.science.org/content/article/scientists-explore-ai-written-text-journals-hammer-policies>

45ª QUESTÃO

According to the text, some publishers of scientific journals are concerned about the

- A () lack of policies regulating the production of fluent and seemingly well-informed reports essays.
- B () flood of manuscripts written entirely by computer programs that is already on the market.
- C () total ban that some publications have imposed on the publication of AI-generated texts.
- D () substantial number of authors who refuse to produce manuscripts having the ChatGPT as a co-author.
- E () possibility of an increase in the number of articles containing considerable amount of AI-written text.

RESOLUÇÃO 45ª QUESTÃO:

O último parágrafo fala sobre a preocupação das editoras de revistas científicas com o aumento (*spike*) de trabalhos contendo partes substanciais escritas por IA.

ALTERNATIVA CORRETA: E

46ª QUESTÃO

Considerando o teor do artigo, assinale a tradução mais coerente para o título “As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies”.

- A () Assim como os cientistas exploram o texto gerado por IA, jornais elaboram políticas.
- B () À medida que os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos definem políticas.
- C () Enquanto os cientistas exploram o texto gerado por IA, jornais golpeiam políticas.
- D () Da mesma forma como os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos fecham acordos políticos.
- E () Tal como os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos rompem com as políticas.

RESOLUÇÃO 46ª QUESTÃO:

Conforme usado no título do texto, o conectivo “as” expressa simultaneidade e proporcionalidade. Quanto mais aumenta o uso de IA por pesquisadores, mais as editoras de periódicos científicos produzem (*hammer out*) normas para coibir esse uso.

ALTERNATIVA CORRETA: B**47ª QUESTÃO**

Leia as asserções destacadas e, em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

- I. Pesquisadores acostumados a ler artigos de periódicos médicos não conseguem compreender um terço das publicações.
- II. Por ora, editores e revisores de publicações científicas tem dificuldades para identificar, de forma consistente, textos gerados por IA dada a escassez de softwares especializados.
- III. Responsáveis por publicações científicas estão relutantes em coibir o uso de geradores de texto por computador, temendo uma potencial enxurrada de críticas por parte da comunidade acadêmica.
- IV. A publicação de prospectos gerados por IA, contendo novas versões de alguns artigos científicos específicos, causou uma onda de choque na indústria editorial acadêmica.

- A () Todas as asserções são verdadeiras.
- B () Somente as asserções II e III são verdadeiras.
- C () Apenas a asserção II é verdadeira.
- D () Somente as asserções III e IV são verdadeiras.
- E () Nenhuma das asserções é verdadeira.

RESOLUÇÃO 47ª QUESTÃO:

Das quatro asserções, somente a II é verdadeira.

A frase I é falsa, pois o que aconteceu foi que os pesquisadores não conseguiram detectar um terço das publicações feitas por máquina.

A frase II é verdadeira, pois está corroborada pela frase “No software so far can consistently detect the synthetic text the majority of the time”, do segundo parágrafo.

A frase III é falsa, pois não há relutância de parte dos editores em coibir textos feitos por IA.

A frase IV também é falsa, pois o que causou choque foi a expectativa de que os criadores de IA venham a aperfeiçoar ainda mais a tecnologia de produção de trabalhos científicos.

ALTERNATIVA CORRETA: C

48ª QUESTÃO

No trecho do último parágrafo do texto “...to explore its capabilities...”, o termo **ITS** refere-se a

A () AI developers.

B () scientific literature.

C () publishing industry.

D () scientists.

E () ChatGPT.

RESOLUÇÃO 48ª QUESTÃO:

A frase diz que por enquanto, os cientistas reportam terem brincado com o ChatGPT a fim de conhecer sua (*its*) capacidade. O possessivo “*its*”, portanto, refere-se ao ChatGPT.

ALTERNATIVA CORRETA: E

Professor:

Nelson Seckler